

ウィトルウィウスの数学謎々

The Vitruvius' Math Riddle

大谷 正幸

OHTANI Masayuki

More than 2000 years ago, the Roman architect and military engineer Marcus Vitruvius Pollio had raised the very interesting math riddle in his treatise *De architectura* with the aim to test academic competence and integrity in visible form. The Leonardo da Vinci's drawing, so called "Vitruvian Man", is well-known as the answer, but how to solve the riddle remains a mystery. This paper shows that the Vitruvius' math riddle can be solved clearly by taking Platonism into consideration and the same values of human body proportions as the Leonardo's answer can be obtained along with its rationale. The grandiose purpose of Vitruvius to form social order is also discussed.

ひとは、ギリシアの人間の、ルネサンスの人間の卓越性を承認する、——しかるに、その原因や条件ぬきでそうした人間をもちたがる。

フリードリッヒ・ニーチェ

ウス・ポッリオ (Marcus Vitruvius Pollio) の名に因む。かのレオナルドが描いた人体図は、ウィトルウィウスの『建築書』に収められた「人体比率に関する設問」に対する解とされているからである。

1. はじめに

「ウィトルウィウスの人体図 (Vitruvian Man)」と呼ばれるドローイングがある。腕を広げた男性が円と正方形に見事に収まった絵と言え、多くの方が思い浮かべることができる人体図である。それを描いたのがレオナルド・ダ・ヴィンチであることもよく知られている。

作品タイトルが気に留められることはほとんどないが、その人体図は、複製利用されることしばしばで、「科学と芸術の融合」のような題目には格好のアイコンとされる。商業利用も盛んで、二次創作のイラストも溢れており、強力なミームと言え、図案である。

それほどに人々の脳裏に焼きつくドローイングが、「ウィトルウィウスの人体図」と呼ばれるのは、古代ローマのエンジニア、マルクス・ウィトルウィ

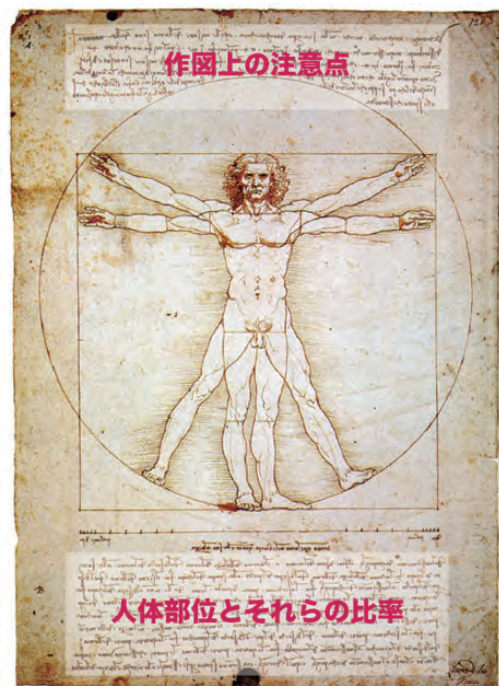


図1. テキスト部分に注目を促す加工を施した「ウィトルウィウスの人体図」

「ウイトルウィウスの人体図」の図案が頭に残るのに対して、人体図の上下に配置されているテキストに目を留める者は極めて稀である。一目瞭然の明快な具象の持つ効果がウイトルウィウスの目論見だったことは本論で示されるが、ほとんど注意を払われない文字情報をレオナルドは書き残した。人体図の上部には作図上の注意点が記されており、下部には人体部位とその比率が列挙されている（図1）。

注目すべきことは、レオナルドが描いた人体図の下部にあるテキストには、ウイトルウィウスが設問で示さなかった人体部位とその比率が書き加えられていることだ（表1）。特に重要なことは、『建築書』第三書では足の大きさを背丈の六分の一として問題設定されていたが、レオナルドはそれを七分の一に改め、膝と股間の位置を特定して、人体図を完成させていることである。

このことがレオナルドの奇才ぶりを物語る離れ業のように解釈され、世界中に流布されている。

最近、世界規模で翻訳とセールス・プロモーションが進められた、ウォルター・アイザックソンによる伝記『レオナルド・ダ・ヴィンチ』には、「ウイトルウィウスの人体図」と題する章が設けられている。そこには、「レオナルドはウイトルウィウスの数字をそのまま受け入れたわけではない。自らの信条に従い、人体図は独自の経験と実験に基づいて制作している」¹と記されている。この記述は、「ウイトルウィウスの人体図」に主眼を置いたトビー・レスターの著書『ダ・ヴィンチ・ゴースト』を論拠として、「ウイトルウィウスの理想と解剖学的な現実の両方に添う人物像」あるいは「自画像」が描かれているという仮説²を是認したものだ。

なるほどレオナルドは、実際に人体解剖を行って、精緻な解剖図を多数残しており、近代的な経験科学的手法を独立独歩の精神で先駆けていた人物と評されている。しかし、足は、末節骨から踵骨まで、趾骨14個、中足骨5個、足根骨7個からなる複雑な構造である。人体解剖と計測という経験科学的手法³によって、足の比率が単位分数に収束したと考えるには無理がある。さらにレオナルドは、胸の上部から額の髪の生え際までの長さも背丈の七分の一にな

表1. 人体部位とその背丈に対する比率

人体部位	ウイトルウィウス	レオナルド
両腕を広げたときの両端間の長さ	1	1
髪の生え際から額の先までの長さ	1/10	1/10
頭頂から額の先までの長さ	1/8	1/8
胸の上部から頭頂までの長さ	—	1/6
胸の上部から髪の生え際までの長さ	1/6	1/7
肩幅	—	1/4
胸の幅	1/4	—
胸の中心から頭頂までの長さ	1/4	1/4
肘から中指の先端までの長さ	1/4	1/4
肘から腕の付け根までの長さ	—	1/8
手の大きさ	1/10	1/10
足底からペニスの付け根までの長さ	—	1/2
足の大きさ	1/6	1/7
足底から膝下までの長さ	—	1/4
膝下からペニスの付け根までの長さ	—	1/4
額の先から鼻下までの長さ	顔面の1/3	顔面の1/3
鼻下から眉までの長さ	顔面の1/3	顔面の1/3
眉から髪の生え際までの長さ	顔面の1/3	顔面の1/3

『建築書』第三書に挙げられた部位と値を「ウイトルウィウスの人体図」に列挙されたものと比較している。

ると記している（表1）。この部位は頸椎を構成する椎骨を複数含み、また、髪の生え際が頭蓋骨の観察から特定されるわけではない。この部位の比率も実測値に基づいて単位分数に収束したとは考えられない。そもそもウイトルウィウスは、解剖学や自画像を想定して「人体比率に関する設問」を提出したわけではない。

むしろ、散逸したレオナルドのノートを模写したものとされる『ホイエンス稿本 (Codex Huygens)』⁴からは、人体図の完成までに繰り返されたレオナルドの幾何学上の試行錯誤が推察される。レオナルドは数理にもとづく正攻法で問題に挑み、一流の機転によって、解に到達したと考えられなくはない。

レオナルドの飽くなき探究心を疑いはしないが、私の知る限りでは、レオナルドが書き換えた人体部位の比率の妥当性はまだ証明されていない。ウイトルウィウスから数えて二千数十年の後に生きている私たちは、パズルの答えを目の前にしているようでありながら、その解法を説明できずにいる。言わば、二千年来の謎が残されたままなのである。

そこで本論文では、紀元前のローマの転換点となった時代にウィトルウィウスの『建築書』が著述されたことに着目して、「人体比率に関する設問」を考察し、その解法をも示す。ウィトルウィウスが『建築書』を執筆した動機を紹介し、「人体比率に関する設問」に直接関係する第三書のイントロダクションおよび第1章の現代語訳を行う。ウィトルウィウスの遠大な意図を汲み取った上で、「人体比率に関する設問」をプラトン主義に沿う数学問題すなわち「数学謎々」として解き明かす。これによって、レオナルドが「ウィトルウィウスの人体図」に書き添えた人体部位の比率はすべて合理的根拠をもって割り出されることを示す。この数学的証明を通して明らかになることは、目に見える形で、万能型教養人にして人格高潔な建築家を探し出そうとしたウィトルウィウスの問題設定の巧妙さである。「数学謎々」は単に解を求めるだけの数学問題ではなく、社会の秩序形成を導く歴史的意義のある設問であったことに思い至るだろう。「内乱の一世紀」の平定というローマの転換点について、歴史家のアーノルド・トインビーは「紀元前最後の二世紀間の暴れ者たちの後に、世界国家を組織し、維持する良心と能力をそなえた官吏の一群が現れた」⁵と指摘していたが、「眼による学識の検証」という奇想天外な人物評定方法を考案したウィトルウィウスは、「パクス・ローマナ」の実現に陰ながら多大な影響を及ぼしたのではないかとさえ推察される。

2. 『建築書』の遠大な目的

ウィトルウィウスの『建築書』は、ローマ帝国初代皇帝アウグストゥス(63B.C.-A.D.14)に提出された建白書のようなものである。それが執筆されるに至った経緯と動機が、第一書のイントロダクションに記されている。

ウィトルウィウスは、建築の仕事を通してユリウス・カエサル(44B.C.没)の知遇を得て、軍事技術者としてカエサルに仕えた。カエサルが暗殺された後にもウィトルウィウスは、アウグストゥスの妹に推挙されて生涯を終えるまで経済的に安堵できる身に

なっていた。カエサルの「男らしい資性」に惚れ込んでいたウィトルウィウスは、カエサルの無念を思うほどに、追憶の情が激しくなるばかりでいたが、カエサルの後継者となったアウグストゥスが形式的な制度ばかりでなく公共の建築にも注力していることを知る。建築はウィトルウィウスが本領を発揮できる分野である。建築を足掛かりとしてウィトルウィウスは、アウグストゥスに接近した。アウグストゥスの建築事業ひいては治世が後々まで伝承される偉大な功績になることを願い、ウィトルウィウスは自身の学識で事業に貢献することを思い立った。事業の成否は、皇帝自らが真贋を見極める鑑識眼を携えて、建築全般の奥義と建築家の総合的能力とを十分に評価できるかに掛かっており、ウィトルウィウスは、建築についての「決定的な教本」を書き上げて、三十代の若き皇帝アウグストゥスに進講を願い出たのである。

それゆえ『建築書』は、技術面だけを解説する専門書の域を超えて、治世に資するトピックをいくつも散りばめている。そのトピックは、ローマ内乱の一世紀を生きたウィトルウィウスの心情と期待を仄かす。古代ギリシャと古代アレクサンドリアの偉人についての博学卓識を織り交ぜながら、皮相な権威主義や縁故主義、金権による腐敗墮落を戒め、権力者の横暴とは対極をなす「敬服」に基礎を置く社会秩序の形成を導くトピックである。カエサルの遺志を継ぐ遠大な目的を秘めたウィトルウィウスは、建築家にも審査する側にも高い能力と良心を求めながら、為政者に対しても高い名誉感と責任意識を期待して、学問の奨励、人格の陶冶、量才録用を進言していたのである。

3. ウィトルウィウスの人体比例問題

『建築書』第三書第1章の第1段落から第4段落が、懸案の「人体比率に関する設問」であるが、問題を提出するにあたってのウィトルウィウスの意図が第三書のイントロダクションに記されている。

そこで、森田慶一訳注『ウィトルウィウス建築書』を底本として、モーリス・ヒッキー・モーガンに

よる英訳本⁶に照らし合わせて、現代的な表現で訳出した『建築書』第三書のイントロダクションおよび第1章の全文を以下に記す。

『建築書』第三書 イントロダクション

1. デルポイのアポロンは、巫女（ピュティア）の託宣を通して、ソクラテスを万人中の最も賢い者と宣いました。ソクラテスは洞察力と深い学識をもってこう言ったと伝えられています。人間の胸には窓があって開けっ放しになっているべきで、そうであれば胸のうちを隠し続けることなく、考えや思いが露わになるだろう、と。まさに、ソクラテスが考えたように、自然が胸を開け広げにして外から見えるように造ってしてくれたならば、どんなにかよかったです。と言いますのは、もし胸がそのようになっていたならば、心の美徳も邪悪さも容易に窺い知ることができるだけでなく、学識もまた、眼による検証に付されるならば、信頼できない判断力によって審査する必要がなくなって、立派な安定した権威が識者に加わるからであります。ところが、胸はそのようには造られておりませんし、自然の意のままに造られているものですから、才能は胸の奥に隠されたままで、奥深く潜んでいるアーティストの学識の質に人々は判断を下すことができません。そして、アーティスト自身が自分の識見を世に問う場合、もしも彼らに財産がなかったり工房の修行時代から名が通っているでもないならば、あるいはまた人気がなかったり口が達者でないならば、彼らは、自分たちが生業としていることに通暁していると信用してもらえらるほどには、学究の努力に見合った権威を得ることができません。

2. わたしたちはこのことを特に昔の彫刻家や画家から知ることができます。これらの人々のうち、身分の高い人の知遇を得ていたか推挙の手蔓を持っていたかした者は、後世にまで不朽の名を残しています。ミュロン、ポリュクレイトス、ペイディアス、リュシッポス、その他にも技によって名声を得ている人々がいます。これらの人々は大国や王や貴族たちのために作品を手掛けて名声を手に入れていたのです。ところが、これらの有名なアーティストに劣らぬ情熱と才能と技量を持っ

ていて、劣らぬほど完成度の高い作品を身分の低い市民のために作っていた者たちは全く記憶されておられません。なぜならば、こういう人たちは、彼らのアートにおいて勤勉さや技量を欠いていたからではなく、幸運が彼らを見捨てたからなのです。たとえば、アテネのヘギアス、コリントスのキオン、ポカイアのミュアグルス、エフェソスのパラクス、ビザンチウムのボエダス、その他大勢おられます。タソス島のアリストメネス、エフェソスのポリュクレイトスとアンドロン、マグネシアのテオのように、アートに対する直向きさや情熱あるいは技量において、十分な画家はいたのですが、家財の貧しさや運の弱さ、あるいは人気取りにかけてのライバルたちの狡猾さが、彼らを正しく評価することを阻んだのです。

3. もちろん、芸術的な卓越性がわからないがために認知されずにいるのであれば、驚くにはあたりません。しかし、しばしばあるように、正しい評価が、接待の魔力によって歪められて、見せ掛けでしかないものに賞賛を与えている場合は、どうしても我慢のならないことです。そこで、ソクラテスが望んだように、もし学問によって得られた私たちの心のあり方や意見や知識が見透かして明らかにわかるものならば、接待や懇願してまわることは通用しなくなり、真摯に確かに学問に励んで最高知に到達した人にこそ進んで仕事が委託されるであります。ところが、このことはわれわれがそうあって欲しいと考えているようには目に見えてわかりやすく明らかでもありませんから、またわたくしは学問のある者よりもない者の方がむしろ余計に恵みを受けていることを知っていますから、名誉に関わる争いで無学な者に関わることは相応しくないとおぼしめたので、むしろこの教本を世に出してわれわれの学問的能力を問うことにいたしましょう。

4. 皇帝陛下（インペラトル）、そこでわたくしはあなたに学芸について、その卓越性の要点と共に述べて、建築家は研鑽を積んで種々の学問を具備しておくべきことを、なぜそれらの学問に精通していなければならないかという理由と共に記しておきました。また、建築全般が対象とすることを各部門に分類し、それぞれの区分ごとの条件を適切に論じました。次いで、何よりも

不可欠なことでしたから、わたくしは城郭都市について衛生的な場所を選ぶ科学的な方法を説明し、名称の異なる風とそれらが吹く方角を幾何学的な図面を用いて表し、城壁内の通りの並びと街区を配置するための適切な方法も示しました。さて、第一書の終わりに明記しておきましたように、第二書にて、建築用材料に焦点をあて、構造面での様々な利点と材料を構成する元素の性質について述べましたので、この第三書では、不死の神々が鎮座する神殿について、適切な方法で説明いたします。

『建築書』第三書 第1章

1. 神殿のデザインはシュンメトリアから定まります。建築家はシュンメトリアの理法を最も注意深く観察しなければなりません。これはギリシア語でアナログアと言われる比例から生じてまいります。比例関係が、基準として選ばれた特定部位に対する各部分および全体の間で計測が照応したものになるということです。これからシュンメトリアの理法が導かれるのです。シュンメトリアと比例を抜きにしては、いかなる神殿のデザインにも原則がありえないことになります。各部分の間に正確な釣合いが保たれないならば、そういうことになるのですが、このことは容姿の立派な人間についても同様なのです。

2. 自然は人間の身体を次のようにデザインしました。頭部顔面は顎から額の上の毛髪の生え際までが背丈の $1/10$ になり、手首から中指の先端までの手もちょうど同じになります。頭は顎から頭頂部までが $1/8$ 、首の付け根を含む胸の一ばん上から頭髪の生え際までが $1/6$ 、胸の中央から頭頂部までが $1/4$ となります。顔そのものの高さの $1/3$ が顎の下から鼻孔の下までとなり、鼻も鼻孔の下から両眉の間にできる線までとして同量です。この線から頭髪の生え際までの額も同じく $1/3$ となります。足は背丈の $1/6$ で、(肘から中指の先端までの)腕は $1/4$ 、胸の幅も同じく $1/4$ です。その他の人体部位にも固有の比があり、その比を用いることによって、昔の有名な画家や彫刻家たちは大きな不朽の名声を得たのです。

3. 同様に、神殿の肢体についても、全体の大きさに対する個々の部分が釣り合いを持って最大限の調和を保つべきです。人体においては、その中心は自然に臍になります。なぜなら、もし人が手と足を広げて仰向けに寝かされ、コンパスの脚の先がその臍に置かれるならば、円を描くことによって両方の手と足の指がその円周に接するからです。ちょうど人体が円の外郭を浮かび上がらせるように、四角形もまた人体から見出されるでありましょう。すなわち、もし足の底から頭の頂までの長さを測り、その計測値が横に伸ばした両腕に移されたらならば、その幅が背丈と同じだとわかり、正方形の面を見出すでありましょう。

4. そのようなわけで、自然は人間の身体をその肢体が全体の姿に正しく比例するようにデザインしているのですから、昔の人々は、完璧な建物を造るにあたり、異なる部分が全体の外観に対して正確なシュンメトリアの関係を保たねばならないというルール of 十分な根拠をもっていただいていたように思われます。それゆえ、彼らはあらゆる建物の適切な配置をわれわれに伝えると同時に、出来栄の称賛も批難も永久に続くのが常である神殿の建造においては、とくに注意深くシュンメトリアを保つことに努めておりました。

5. さらに、彼らはすべての建物に不可欠な計測の基準を、指、掌、脚、腕のような身体部位から導き出し、ギリシア語でテレイオンと呼ばれる「完全数」となるように配分しました。古代人は 10 を完全数として決めました。なぜなら、これは両手の指の数から見出されるからです。しかしながら、 10 が両手の指から自然に作られるとしても、 10 は単位から作られるから完全なのだというのがプラトンの説でした。単位をギリシア人はモナドと呼んでいました。しかし、 11 あるいは 12 になるや、それは余分を持つことになり、次の 10 の数になるまで完全ではありえません。この数を構成する部分こそが単位なのです。

6. これと異なる見解を持つ数学者たちは、完全数は 6 だと言っております。なぜならば、この数は優れた分割性を持っているからです。すなわち、 $1/6$ を単位と

して、2倍量の $1/3$ ($=2/6$)、3倍量の $1/2$ ($=3/6$)、ディモイロンと呼ばれる4倍量の $2/3$ ($=4/6$)、ペイタモイロンと呼ばれる5倍量の $5/6$ を作ることができ、完全数の6倍量となります。これより大きい数になる場合、6倍量に単位が加わってエペクトン、8倍量を作る場合は6倍量に $1/3$ を加えますから、 1 と $1/3$ になり、エピトリトンと呼ばれます。半分を加えて9倍量にする場合は 1 と $1/2$ にしてヘーミリオンと呼ばれます。 $2/3$ が加えられれば10倍量の 1 と $2/3$ となって、エピディモイロンと呼ばれます。11倍量は $5/6$ が加えられますから 1 と $5/6$ でエピペムプトンと呼ばれます。12倍量は二つの単位から作ることができてディプラシオンです。

7. さらに彼らは、足が人間の背丈の $1/6$ で、足の数で表した背丈は6となるから、それを完全数と決めました。また彼らは、1クビトゥム(肘から中指の先端まで)は6パルムス(掌)あるいは24ディギトゥス(指)からなることに気づいておりました。この関係性をギリシアの諸都市は採用したように思われます。腕が掌の6倍であるのに倣って、彼らが通貨単位として用いているドラクマは、われわれのアス硬貨のようなオボロスと呼ばれる硬貨6つと等価になるようにし、さらに指の数に対応するようにドラクマを24分割して $1/4$ オボロス貨としたと考えられます。 $1/4$ オボロス貨をある人はティカルカと言い、またある人はトリカルカと呼んでいます。

8. ところがわが国の人たちは最初に古い数を採用して、アス硬貨10枚をデナリウスと定め、それが通貨名の語源にもなって今日まで続いています。また、1アス硬貨2枚と3枚目の半分からなる $1/4$ デナリウスをセステルティウスと呼びました。ですが、後になって6と10が共に完全数であることを知って、この二つを合わせて、最も完全数である16を作りました。足にこの数を保証するものがあると気づいたのです。1クビトゥム(腕)から2パルムス(掌)を引けば、4パルムス(掌)すなわち1ペース(足)が残り、1パルムス(掌)は4ディギトゥス(指)を含むからです。こうして、1ペース(足)が16ディギトゥス(指)を含むように、1デナリウスは同数のアス硬貨を含んでいるのです。

9. そこで、もし人間の関節から数が見出されて、個々の肢体と身体全体の姿との間にシュンメトリアの照応があるという意見が一致しましたならば、残されていることは、不死の神々が鎮座する神殿を建立する際に、その部分と全体のデザインが比例とシュンメトリアにしたがって調和を醸すように建物の各肢体に秩序を与えた人々をわれわれがどう受け止めるかということです。

4. 出題意図とプラトン主義

まずは第三書イントロダクションの第4段落に触れられているウィトルウィウスの学問論について補っておこう。『建築書』第一書第1章は、建築家向けの学問論に充てられている。建築は制作と理論から成り立ち、その両方に建築家は通じていなければならない。制作の腕前の習熟ばかりでは骨折り損になるから、研鑽を積んで、多くの学問と種々の教養を具備していなければならないと説かれている。そして、「文章の学を解し、描画に熟達し、幾何学に精通し、多くの歴史を知り、努めて哲学者に聞き、音楽を理解し、医術に無知でなく、法律家の所論を知り、星学あるいは天空理論の知識をもちたい」(第一書第1章第3段落)と修めるべき学問を挙げて、それらに精通しているべき理由が記されている。

特筆すべきは、「どんな作品も誠実と清廉なくしては確かに作られえない」がゆえに、誠実で私利私欲に走らない人格の陶冶のために、「哲学」を学ぶ意義が説かれていることだ(第一書第1章第7段落)。ウィトルウィウスは、万能型の教養人にして人格高潔であることを建築家に求めていたのである。無論、アウグストゥスの事業に資する建築家はそうあるべきだろう。

それゆえウィトルウィウスは、第三書イントロダクションにて、哲学者と言えらるほどに学問を積んだアーティストに適切な処遇が与えられ、そのような建築家にこそ、仕事ひいては神殿の建造を託すべきだ、とアウグストゥスに進言しているわけである。これは、プラトンの『国家』⁷において、完全な哲学者(知を愛する者)にこそ国の統治を委ねるべきだ

と主張されているのと同じロジックである。

ところが、ウィトルウィウスが嘆いたように、財力や縁故によってアーティストの評価が歪んでいる状況にあって、どのようにすればアーティストの真の学識を検証できるか、ということが課題になるのは当然のことである。そこで、その検証を行うために、人体比例問題が提出された次第である。しかもそれは、イントロダクションの第1段落および第3段落に滲み出ているように、「眼による学識の検証」という試みなのである。おかしな人体図を描けば一目瞭然、研鑽を積んでいないことがばれる、というわけである。

さて、ウィトルウィウスは、イントロダクション第3段落で「学問的能力を問うことにいたしましょう」と宣言するのだが、第三書の書き出しがすでに、読者の学識を問うものになっている。

デルポイの巫女が「ソクラテスが万人の中で最も賢い」という託宣を告げたことはプラトンの著作『ソクラテスの弁明』の記述にもとづく。だが、人の胸に窓があって、学識も胸の内も隠し立てできないことをソクラテスが望んでいたかの記述は、ウィトルウィウスのウィットに富むつくり話である。これは、イソップ寓話の伝承を換骨奪胎したものである。嘲笑非難の神モモス⁸が、神々の創造物の審査をした際、プロメテウスがつくった人間に対して、胸に窓をつけて胸中を丸見えにして悪人を見逃さないようにすべきだと腐した話である。ウィトルウィウスは、「信頼できない判断力」による審査にも疑念を呈しており、わかる人にはわかる露骨な換骨奪胎によって、辛口の審査で知られたモモスを想起させているのである。

そのモモスは、プラトン『国家』第6巻にも登場する。ソクラテスが説き明かす哲学者の仕事に対して、「モモスでさえもけちをつけることはできない」(487A)⁹とグラウコンが得心するに至る場面である。

ソクラテスは、「哲学者とは、つねに恒常不変のあり方を保つものに触れることができる人々のことであり、他方、そうすることができずに、さまざまに変転する雑多な事物の中にさまようような人々は哲

学者ではない」(484A)と判定基準を示した後、グラウコンとの対話で、哲学者に必要とされる素質を確認していく。その素質は、「記憶がよく、ものわかりがよく、度量が大きく、優雅で、真理と正義と勇気と節制とを愛する」(487A)と要約され、そのような素質を備えた哲学者が取り組む仕事には「モモスでさえもけちをつけることはできない」(487A)、と得心するのである。

ここで、「真理は度に適う (truth to be akin to proportion)」(486C) ことに関係しており、「比例」に精通していることが哲学者に求められた。そして建築家は、「恒常不変のあり方」を含意する比例関係、すなわち「シュンメトリア」を知悉していなければならないのである。

さらに、ソクラテスが示した哲学者か否かの判定基準を踏まえて、第三書第1章を読み返すならば、第5段落から第8段落までの記述は、完全数、位取り、命数法、および貨幣単位¹⁰に関する「さまざまに変転する雑多な事物」だと気づかなければならない。これらの記述は、巧みに「6」という数と人体パーツとりわけ「足」にアンカリングする文章になっている。それを「6」と「足」への注意喚起と解するか、それ以上の深い意味を読み取ろうとするかは読者次第である。わかる人にはわかることだが、「10」を「完全」とみなしたギリシア人はプラトンではなくピュタゴラスであり¹¹、「テトラクテュス」を作り出す三角数¹²だからという理由である。「6」を「完全数」とした数学者はユークリッド¹³だが、完全数の定義は「その数自身を除く約数の和に等しくなる自然数」であり、「優れた分割性」や「足」とは無関係である。そして、異なる定義の「完全数」である「10」と「6」とを結びつけたとする話¹⁰は臆見でしかない。

これらの誤りを織り交ぜた意味ありげな話をウィトルウィウスは故意に盛り込んだ、と推察される。なぜならば、解くべき問題を忘れて「雑多な事物」に気を取られ、誤りにも気づかずに臆見に左右されるような者は、神殿建築を託すに値する哲学者肌の建築家たり得ないことが峻別される仕掛けになるからである。

5. 数学謎々の解法

ウィトルウィウスが考案した人体比例問題とは、シュンメトリアを保持した人体を、臍の位置を見つけ出して、円と正方形に収めよ、という問題である。

最初に見出さねばならないのは、シュンメトリアの理法を適用するための比例関係である。シュンメトリアとは、部分と全体が共通の尺度で測ることができる状態にあり、部分相互も全体も同じ比例関係で構成されることである。これによって、美的調和が醸されるのである。

人体のシュンメトリアとは、全体および四肢が同一の比で分割される構成になるということである。そして、第1章第9段落目にある「もし人間の関節から数が見いだされて」¹⁴との記述が、どこに注目した分割を考えて比を見出すかのヒントを与えている。

そこで、両腕を横に広げたときの指先からもう一方の指先までの長さは背丈に等しく、人体が正方形を浮かび上がらせる、という記述（第1章第3段落）を頼りにして、問題文（第1章第2段落）に明記された人体部位とそれらの比率が一目でわかるように

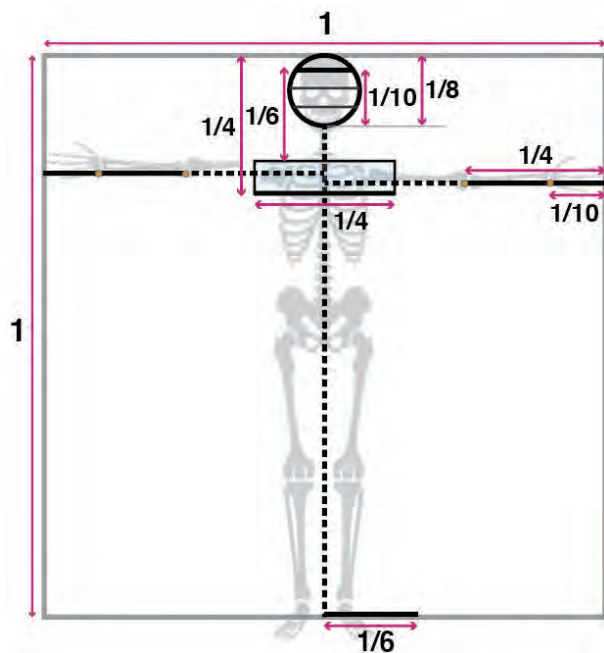


図2. 所与の人体部位とその背丈に対する比率
腕を横に伸ばしたときの腕の高さは設問に明記されていないので、前肢を左右異なる高さで配置している。その位置は、「胸の窓」の奥にある。

した模式的人体図を図2に示す。第1章第9段落の記述に従って、「関節」¹⁴に注目してシュンメトリアの理法を用いるための比を見出そうとすれば、頭頂から足底までの全体と脚部には関節についての情報はなく、前肢の関節（橈骨手根関節および肘関節）に注目せざるを得ないことは、明らかである。

肘より先の腕の長さは背丈の1/4、手首（橈骨手根関節）から中指先端までの手の大きさは背丈の1/10と与えられているので、手首から肘までの比率は3/20と算出される（ $\because \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$ ）。また、肘から脊柱までの部位の比率は、背丈の半分から腕の比率を差し引き、背丈の1/4と求まる（ $\because \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ）。したがって、中指先端から脊柱までとする前肢は、中指先端から手首、手首から肘、および肘から脊柱までの三つの部位に、2:3:5の比で分割されることが見出される（ $\because \frac{1}{10} : \frac{3}{20} : \frac{1}{4} = 2:3:5$ ）。このようにして求められた2:3:5の連比が、シュンメトリアの理法に用いられる。なお、レオナルド作品の解釈にありがちな黄金比（ $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ）の議論¹⁵はここでは除外していい。

もっとも、2:3:5の比はフィボナッチ数列の連続する3項の比であるから、極限において、 $\Phi^{-1} : 1 : \Phi$ のシュンメトリアを持つ理想的人体像を想定できることは指摘しておくが、今は、古代ローマ時代にウィトルウィウスが提出した人体比例問題の解を求めていることを忘れてはならない。

では、2:3:5の比を用いて、順次人体図¹⁶を完成させていくことにしよう。まず正方形を描き、その中心に円と線分からなるオタマジャクのような形態の人を描く（図3a）。世界中の幼児が最初に描く「人」の絵は、頭部から足が伸びているだけのもので、日本では「頭足人」と呼ばれ、英語では「オタマジャクシ人間」を意味する“tadpole figure”と呼ばれる。それは「人体」についての原初的な認知である。図3の頭足人の背丈は正方形の一辺の長さに等しく、一辺の長さを1とし、ウィトルウィウスが与えた比率に従って、頭部に相当する円の直径を背丈の1/8としている。また、頭足人の背丈を2:3:5の比で分割するようにグレーの水平線を描き込んでいる。頭足人とグレーの水平線の交点は、横に広げた前肢と脊柱との

交点、および脊柱末端ないしペニスの付け根の位置に相当し、正方形の底辺すなわち足底から測って、それぞれ $\frac{4}{5}$ と $\frac{1}{2}$ の高さになる $(\because \frac{3+5}{2+3+5} = \frac{4}{5}, \frac{5}{2+3+5} = \frac{1}{2})$ 。なお、レオナルドは、足底からペニスの付け根までの長さは背丈の $\frac{1}{2}$ になると記している(表1)。

次いで、横に広げた前肢に相当する線分を正方形の底辺から $\frac{4}{5}$ の高さに描き込むと、頭足人は、いくらか発達した子供が描いたような棒人間(stick figure)に近い形態になる(図3b)。前肢も左右それぞれ中指先端から脊柱までを表す線分が2:3:5の比で分割されることをグレーの垂直線で示しており、それらの交点は手首と肘の関節の位置に相当する。全体および部分たる左右の前肢は2:3:5の共通の比で分割されており、目下のところ、部分と全体はシュンメトリアを保持している。なお、股下の脚部を点線で描いているのは、現段階ではまだ膝関節と距腿関節(足首)の位置が特定できていないからである。

次に、腕を横に伸ばしたまま円を描くようにして指先を頭頂の高さまで上げたとしよう。それは脊柱と前肢の交点を中心として、半径 $\frac{1}{2}$ の円を描くことに相当し¹⁷、その円と正方形の上辺の交点は、中指先端が触れる点になる(図3c)。

その点を座標として求めることは、代数幾何学がなかったウィトルウィウスの時代にもレオナルドの時代にもできなかったが、デカルト後の時代に生きる私たちは、高等学校で教わる代数的手法によって、確認作業のための座標を求めることが可能である。

そこで、正方形の底辺の中点を原点とする xy 座標

を考える。

横にまっすぐ伸ばした前肢を回転させて描く中指先端の軌跡は、脊柱と前肢の交点 $(x=0, y=\frac{4}{5})$ を中心として、中指先端から脊柱までの長さ $\frac{1}{2}$ を半径とする円 $x^2 + (y - \frac{4}{5})^2 = (\frac{1}{2})^2$ の円周上にある。中指先端が正方形の上辺に触れるとき、 $y=1$ であり、これを代入して解けば、 $x = \pm \frac{\sqrt{21}}{10}$ と求まる。

次いで、人体が収まる円の中心、すなわち臍の位置を求めることになる。第三書のイントロダクションは「デルポイのアポロン」で始まり、その末文には「不死の神々が鎮座する神殿」と記されている。アポロンが神殿内で鎮座して指示を与えていたとされる円錐状の石こそは「大地の臍」とされていた。プラトンの『国家』第4巻には、「デルポイにいますアポロンにはなお、立法される事柄のうち最も重大で、最も立派で、第一のことを規定していただかねばならない」とあり、その重要事の一つが「神殿の建立」(427B)であった。言わば、臍の位置を求めることは、秩序・調和の神アポロンを探し出すという課題である。

臍は脊柱に相当する線分上にあり、弦の垂直二等分線が円の中心を通ることから、幾何学的に臍の位置は特定される。中指の先端が正方形の上辺に触れる点 $(x = \frac{\sqrt{21}}{10}, y = 1)$ と原点とを結んでできる線分(弦)の垂直二等分線を引き、それが脊柱に相当する

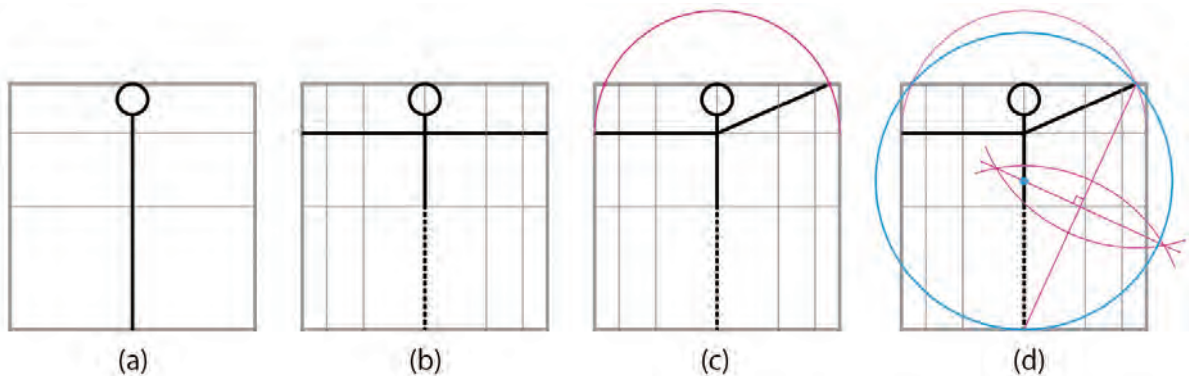


図3. 人体比例問題の幾何学的解法の作図過程
正方形には、垂直方向に2:3:5、水平方向に2:3:5:5:3:2に分割するように、グリッドが描き込まれている。

線分と交わる点が臍の位置である (図3d)。こうして、腕を広げたまま指先を頭頂の高さまで上げた人体が臍を中心とする円に収まるイメージが浮かび上がってくるだろう。

この円の半径を r とすると、臍の座標 $(x=0, y=r)$ を中心とする円の方程式は $x^2+(y-r)^2=r^2$ で表せる。この円は中指の先端が正方形の上辺に触れる点 $(x=\frac{\sqrt{21}}{10}, y=1)$ を通るので、これを代入して解けば、 $r=\frac{121}{200}=0.605$ と臍の座標 $(x=0, y=\frac{121}{200})$ が有理数で求まる。

次いで、脚部を配置することになるが、ここに陥穽がある。足の大きさを背丈の $1/6$ として計算すると、足が円および正方形からはみ出してしまい、シュンメトリアが破綻してしまうのである。デルポイのアポロン神殿の入り口に刻まれていた「度をすぎすなかれ (Nothing in excess)」という格言が、警句としてここで試されるわけである。

四足動物における前肢と後肢の連続相同を考慮して、脚部を三分割するならば、手は足に、手首から肘までは足首 (距腿関節) から膝下 (膝関節) までに、肘から脊柱までは膝下から臍の位置までにそれぞれ対応する。足の大きさを $1/6$ として $2:3:5$ の比を脚部の分割に適用するならば、足首から膝下までの部位の比率は背丈の $1/4$ ($\because \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{4}$)、膝下から臍までの部位の比率は $5/12$ と算出される ($\because \frac{1}{6} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{12}$)。これらを足し合わせると、足首から臍までの部位の比率は背丈の $2/3$ となり ($\because \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{2}{3} = 0.666$)¹⁸、先に求めた円の半径 0.605 より大きく、人体は円に収まらなくなる。両腕を横に広げた長さが背丈と等しいという条件も満たされなくなるのである。

当然、レオナルドがウィトルウィウスの人体比例問題と格闘した際にもこの難点に直面したはずである。そのことは、レオナルドが描いた人体図の円の上に記されたテキストおよび正方形の下に描かれたスケールバーの位置から、推察される (図4)。

円の外のテキスト第1段落には三行が割り当てられ、「建築家ウィトルウィウスは、建築についての彼の著書に記している。人体の尺度は自然によって次のように配分されている、と。すなわち指4つは1

パルム (掌) になり、4パルムは足一つ、6パルムは1キュビット (肘から中指先端)、4キュビットは人の背丈になる。そして4キュビットが1ペース (足ではなく歩幅、2歩分) となり、24パルムが背丈になる、と。これらが彼の建築に用いられた寸法なのだ」と記されている。

レオナルドは、『建築書』第三書第1章第8段落の記述を拾って、その記述内容に従うと円に収まらないと言わんばかりに、テキスト第1段落を円の上外側に、また、このテキスト内容を目盛りとして刻んだスケールバーを円および正方形の下方外側に配置したのだろう (図4)。スケールバーは、足の大きさを背丈の $1/6$ として算出される、直立した状態の足首の位置の高さに配置されていることを確認できる。

さらに、股関節の構造を考慮しない幾何学問題としては、足底から臍までの長さは脚を開いていよう

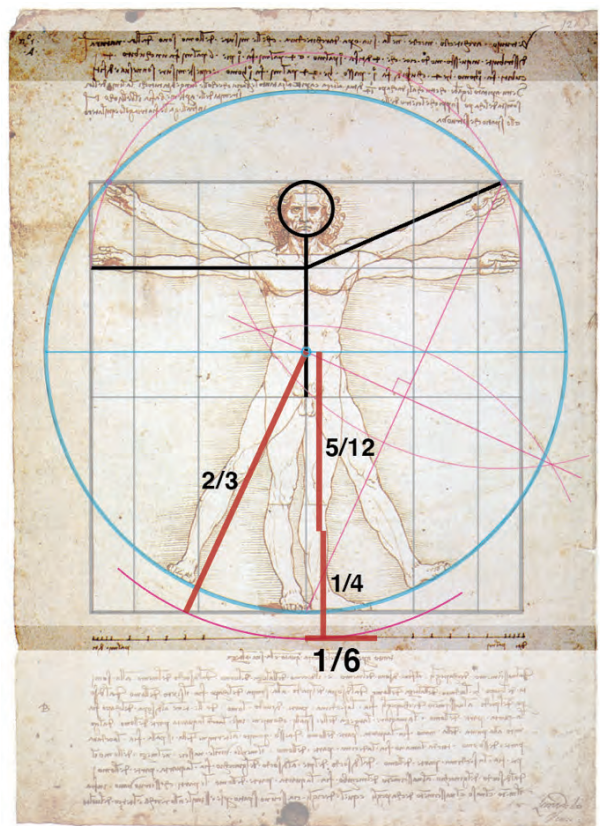


図4. 足の大きさを背丈の $1/6$ としたときの脚部の分割と位置関係、および「ウィトルウィウスの人体図」のテキスト第1段落とスケールバー

と閉じていようと同一なので、円に収まる人体は必ずしも開脚する必要はないが、レオナルドは開脚した脚部をも描いた。向かって左側に見える足の親指の位置に注目されたい。その位置は、足の大きさを背丈の1/6とした場合を比較対象として想定していることが推察される。

図4に示すように、足の大きさを背丈の1/6とした場合に、開脚して人体を正方形の内側にどうにか収めることができなくはない。そのとき、足首の x 座標は、臍の座標 $(x=0, y=\frac{121}{200})$ を中心とする半径 $\frac{2}{3}$ の円 $x^2 + (y - \frac{121}{200})^2 = (\frac{2}{3})^2$ が、 $y=0$ で正方形の底辺と交わることから、 $x = \pm \frac{\sqrt{28231}}{600} \approx \pm 0.280$ と求まる。向かって左側に見える開脚した足の親指は、足の大きさが背丈の1/6の場合に開脚して人体を正方形に収めたときの足首の位置 ($x = -0.280, y = 0$) の真上辺りに配置されている。このことに関して、レオナルドは、「ウィトルウィウスの人体図」の上部にあるテキスト第2段落で示唆を与えているが、その説明は本論文の付録に記す。

レオナルドは足の大きさを背丈の1/6としてシュンメトリアの理法を適用したときに直面する変則性に気づいていたのだろう。それゆえレオナルドは、向かって右に見える足を不自然なほどねじ曲げて真横から描くことで、足の大きさを強調している。

したがって、第三書第1章第2段落に与えられた1/6という足の大きさは棄却されなければならない。しかしながら、もし円と正方形に収まるように足の大きさが予め与えられていたならば、人体比例問題は人々を悩ませるほどのものではなかっただろう。そして、あまり平易な問題では、ウィトルウィウスの遠大な目的に合うほどに研鑽を積んだ人物かどうかの検証にはならないだろう。

ここで再びプラトン主義を援用すれば、哲学者は「真理と正義と勇気と節制とを愛する」(『国家』487A) とされる。プラトン流の「勇気」とは、「正しい、法にかなった考えをあらゆる場面を通じて保持すること」(430B)、その考えを「守り抜いて、投げ出さない」(429D) ということである。しかるに、

ウィトルウィウスの人体比例問題では、シュンメトリアの理法を守ることが、「勇気」の証しとなる。解答者が変則性にどのように対処するかで、「勇気」に関わる素養を試せるわけである。実際問題として、瑕疵に気づけない者、瑕疵に気づいても隠蔽する者、瑕疵に気づいて騒ぎ立てるばかりの者、瑕疵に気づいてそれを正せる者、いろいろいるに違いないが、どのようなタイプの人物が有能かつ誠実で、アウグストゥスの事業に貢献しただろうか。設問に変則性を忍ばせることで、難点に直面したときに、投げ出してしまうのか、それとも粘り強く取り組むのか、解答者の探究力を推し量ることにもなるだろう。

ウィトルウィウスは元より、勉強熱心であることを建築家に求めた。続く第四書も丹念に読み進めた者ならば、第三書に記された1/6という足の大きさは棄却され、背丈の1/7へと改められて然るべきだと気づくはずだ。第四書には、ドーリス式神殿の柱が「男子の身体の比例と強さと美しさ」を表しており、柱の直径と高さの比が男子の足と背丈の比に照応することが記されている(第四書第1章第6段落)。そして、当初、直径の6倍の高さとされたドーリス式の柱は、直径の7倍の高さの柱へと洗練されていったと記されている(第四書第1章第8段落)。

さらに、「建築の仕上げ」を扱う第七書のイントロダクションには、学芸を奨励してアレクサンドリア図書館を建設したプトレマイオス1世¹⁹主催の詩文コンテストでのエピソードが記されている。それは、予め決められていた6人の凡庸な審査員が剽窃を見抜いて誤りを正すことができず、「信頼できない判断力」を露呈するのに対して、後から適任者として選ばれた7人目の審査員(勤勉な文献学者アリストパネス)だけが誤りを指摘して公正かつ適切な判断を下し、プトレマイオス1世に重用される、という出来すぎた話である。ウィトルウィウスは、「技術は文学やすべての知識を総合した学問がなくは検証されえないものである」(第六書イントロダクション第4段落)と言う。「仕上げ」を扱う7番目の書で、「6」が否定されて「7」が認められるとは、実に示唆的ではないか。

上に述べたことを根拠として、足の比率を1/6か

ら1/7に改めて、2:3:5の比の分割を後肢に適用してみよう。足首（距腿関節）から膝下までの部位の比率は $3/14$ （ $\because \frac{1}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{14}$ ）、膝下から臍までの部位の比率は背丈の $5/14$ と算出される（ $\because \frac{1}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{14}$ ）。これらを足し合わせると、臍から足首までの長さは背丈の $4/7$ と求まる（ $\because \frac{3}{14} + \frac{5}{14} = \frac{4}{7} \approx 0.571$ ）。円の半径0.605より小さくなり、人体は正方形および円に収まって、シュンメトリアも保たれる（図5）。

臍から足首までの長さが寸足らずに思われるかもしれないが、直立二足歩行という人類進化に想いを馳せて、前肢と後肢の幾何学的な構造の違いに留意する必要がある。前肢はまっすぐ横に伸ばせるので線分で表して長さだけを考えればよいが、足は大地を踏みしめるべく足首で折れ曲がるように配置されている。それゆえ、足については、長さだけでなく、足底から足首までの高さを考慮しなければならない。

臍から足底までの長さとお臍から足首までの長さの差分は、足底から足首までの高さを与え、47/1400に

なる（ $\because \frac{121}{200} - \frac{4}{7} = \frac{47}{1400}$ ）。これを足首から膝下までの部位の比率 $3/14$ に加えて、足底から膝下までの部位の比率は $1/4$ となる（ $\because \frac{3}{14} + \frac{47}{1400} = \frac{347}{1400} = \frac{1}{4} - \frac{3}{1400} \approx \frac{1}{4}$ ）。さらに、この比率を足底から測ったペニスの付け根までの高さである $1/2$ から差し引くならば、膝からペニスの付け根までの部位の比率も背丈の $1/4$ と求まり（ $\because \frac{1}{2} - \frac{347}{1400} = \frac{353}{1400} = \frac{1}{4} + \frac{3}{1400} \approx \frac{1}{4}$ ）、レオナルドが描いた人体図に記された通りの値になる（表1）。

こうして、部分相互（四肢）と全体がシュンメトリアを保持し、なおかつ円と正方形にきちんと収まる棒人間²⁰が得られる。「勇氣」を出してシュンメトリアの理法を守ることができれば、頭足人を描いていた幼児もバランス感覚ある成熟した大人になって、美的調和を達成できる²¹という教訓である。

シュンメトリアを保持した人体を円と正方形に収めるにはこれで十分だが、レオナルドが書き添えた残りの部位についても確認しておこう。

足の大きさを $1/6$ から $1/7$ へと変更したのと同様に、「仕上げ」を扱った第七書のエピソードを思い出すならば、胸の上部から髪の毛の生え際までの部位の比率も、設問に与えられた $1/6$ から $1/7$ へと変更して然るべきであろう。この値を用いて、胸の上部（首の付け根）から頭頂までの部位の比率が求められる。髪の毛の生え際から頭頂までの部位の比率は、頭の大きさ $1/8$ から、顎の先端から髪の毛の生え際までの部位の比率 $1/10$ を差し引いて $1/40$ と算出される（ $\because \frac{1}{8} - \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$ ）。この比率を胸の上部から髪の毛の生え際までの部位の比率 $1/7$ に加えれば、胸の上部から頭頂までの部位の比率は $1/6$ と求まる（ $\because \frac{1}{7} + \frac{1}{40} = \frac{47}{280} = \frac{1}{6} - \frac{1}{840} \approx \frac{1}{6}$ ）。レオナルドが書き残した通りである（表1）。

胸の中心から頭頂までの部位については、レオナルドはウィトルウィウスの提示した比率のまま $1/4$ とした。また、ウィトルウィウスが提示した胸の横幅 $1/4$ をレオナルドは肩幅に転用した。この転用は人体比例問題の核心であるシュンメトリアを揺るがすものではない（表1）。

肘から脊柱までの部位の比率は背丈の $1/4$ であり、胸の中央から脇までの長さを与える肩幅の半分の高さを差し引けば、肘から腕の付け根までの部位の比率は $1/8$ と算出される（ $\because \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ）（表1）。

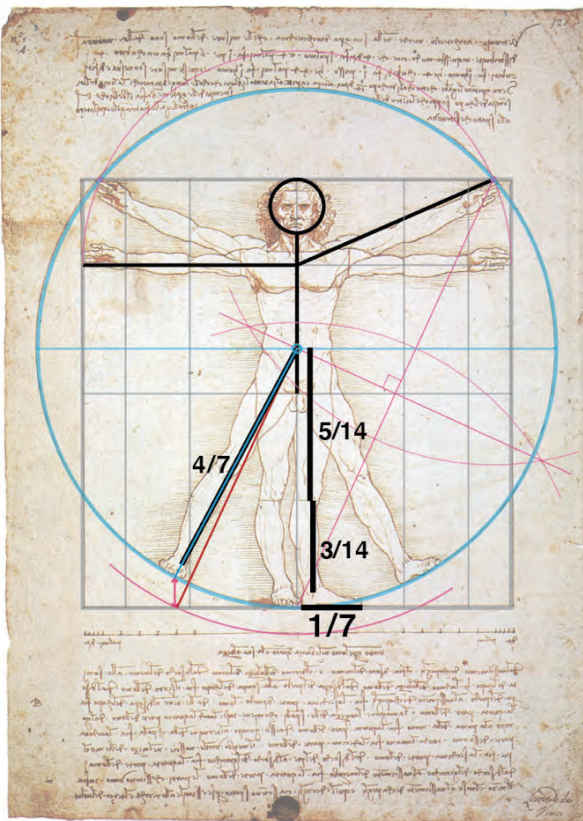


図5. 足の大きさを背丈の1/7としたときの脚部の分割と位置関係、および「ウィトルウィウスの人体図」との比較

以上で、頭部および顔面以外の人体部位について、レオナルドが書き残した比率はすべて、数学的根拠と文学の嗜みを伴って導かれることを示した。

頭部と顔面の比率は、シュンメトリアを保持した人体を正方形と円に収める問題には無関係である。それゆえレオナルドは、ウィトルウィウスが予め与えた値に従った。頭は背丈の $\frac{1}{8}$ 、顎の先端から髪の毛の生え際までの顔面は背丈の $\frac{1}{10}$ であり、顔面は眉および鼻下の位置で三等分される。なお、レオナルドは耳も顔面を三等分した大きさだと書き添えている。頭頂から顎の先端までの頭部は、3:4:4:4の比で四分割されるが $(\because \frac{1}{8} - \frac{1}{10} : \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} : \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} : \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} = 3:4:4:4)$ 、これが2:3:5の比のシュンメトリアに該当しないことは言うまでもない。

しかし、おそらくレオナルドは、羊皮紙の上に正方形を配置してできる上下のスペースを使うことで、3:4:4:4の比を「ウィトルウィウスの人体図」全体の構図に採用して、頭部とドロイング全体とのシュンメトリアを構築したと推察される。そして、上部のテキストは設問に対して頭の中で考えを巡らせているかのように、また、下部のテキストは解答結果となる人体部位の比率を口頭で発表しているかのように、位置している。

6. むすびに

ウィトルウィウス『建築書』第三書に収められた「人体比率についての設問」をプラトン主義の見識をも試す数学問題と捉えれば、レオナルド・ダ・ヴィンチが描いた人体図がその解になることを本論文は示した。

この数学的証明によって、「眼による学識の検証」というウィトルウィウスの奇想天外な目論見が見事に具現化されていることを確認したのである。本論文で用いた数学は、確認作業こそ高校一年生程度の近代的な代数幾何学だが、謎々の解法自体には古代ローマ時代の数学に準拠した小学校六年生の分数・比例計算と中学生の幾何学で十分である。言うなれば、数学の能力以上に判断力が試される謎々なのである。

ウィトルウィウスが考案した数学謎々は、研鑽を

積んで体得した学識に依拠した「知恵」、本題から逸脱することなく誤りを正して法を守り抜く「勇気」、それらを具備してこそ達成できる「節制」と「調和」という具合に、プラトン流の哲学者に合致する素養を目に見える形で試す。「眼による学識の検証」というアプローチはまた、誰が正しいことを言っているのかわからない百家争鳴に收拾をつける術になり、虚勢や詭弁を恥じらいや慎みに変え得るだろう。数学者パスカルの言葉を借りれば、「理性は主人よりもずっと高圧的にわれわれに命令する。なぜならば、後者に服従しなければ不幸であるが、前者に服従しなければ、ばかであるから」²²ということを経験させるからである。

想起すべきは、巧妙な数学謎々を含む『建築書』がローマ帝国初代皇帝アウグストゥスに献上されていた、ということである。ウィトルウィウスは当然、「権力者と呼ばれている人たちが、真実にかつじゅうぶんに哲学するのではないかぎり、国々にとって不幸のやむことはない」(『国家』473D)という一節を頭に入れていたはずだ。「内乱の一世紀」と呼ばれる時代に生きたウィトルウィウスは、徒らに悲憤慷慨するのではなく、カエサルを継いで、研鑽を積み、乱れた世を立て直す具体的方策を考究していたのだろう。それは、威厳を醸す建築事業の推進と共に、高い名誉感と責任意識とに支えられた社会秩序の形成である⁵。その実現に向けてウィトルウィウスは、高度な謎々を案出していたと思われる。時代背景を慮るならば、秦の始皇帝が『韓非子』の「孤憤篇」「五蠹篇」に感激したように、アウグストゥスはウィトルウィウスの『建築書』に感激していたのかもしれない。

ウィトルウィウスの進言が、どれほど波及して、アウグストゥスの治世に影響を及ぼしたのかを知る術はないが、アウグストゥスこそは、「内乱の一世紀」に終止符を打って「パクス・ロマーナ」を樹立し²³、大理石のローマ²⁴を残して英邁な神君と称えられている。腹心のアグリッパが指揮をとった土木建築事業は、パンテオンやポン・デュ・ガールなど、現在でも確認できる偉業である。

そんなローマ帝国も、守護者たるべき皇帝が専制

君主へと変貌しながら、衰亡への道を歩んだのであり、ヨーロッパは文化的退行とも言える長期的停滞に陥った。ウィトルウィウスから千三百年ほど経った頃、ダンテは、専制君主を嫌悪して²⁵、カエサルを殺したブルトゥスとカシウスが悪魔大王の口の中で噛み砕かれている地獄²⁶を思い描いた。そして、はたと気づいた、アウグストゥスの治世以外に平和は見当たらない²⁷、と。しかし、後にルネサンスの先駆者と評されるダンテは、ウィトルウィウスを、おそらくプラトンを²⁸、知らなかったはずだ。

『建築書』の写本を十五世紀の初めにスイスの修道院で発見したのは、教皇庁の教皇秘書として権力の腐敗を目の当たりにしながら、古き良き時代を古文獻の中に探し求めていた人文学者ポッジョ・ブラッチョリーニ²⁹だった。その後、ウィトルウィウスやプラトンの研究が進み、ルネサンスは最盛期を迎えた。

しかし、ウィトルウィウスの人体比例問題は、社会秩序の形成を企図した哲人探しの数学謎々だと解されることはなく、むしろ定量化という近代科学の礎を築き、図解技法による工学の発展を促した³。

科学・技術は進んだ。蒸気機関は生産力と輸送力を著しく向上させ、奇しくもレオナルドに算術を指南したルカ・パチョーリによって発明された複式簿記の普及と相俟って、飽くなき経済成長路線を直走することを人々は強要されるようになった³⁰。レオナルドが解いた人体図はほとんど知られることなく³¹、アポロンの調和は忘れられて、人々はディオニソス的な乱開発の祭典に興ずることになった。その西洋文明に、明治維新以来、我々日本人も巻き込まれて、知足の教えも省みられなくなっていった。

そして今では、現代文明を駆動してきた大本の資源・エネルギーが減耗し始めて、人類の生態学的危機が叫ばれるまでになっている³²。世界は中心を見つけれないカオスの様相を呈し、世界中の国々で財政は足が出て、不平に満ちた社会は丸く収まりそうにない。そんな洞窟の中にいる囚人たちに、鎖に繋がれる前には母なるコスモスと臍で繋がっていた、ということ思い出させてくれるのも、ウィトルウィウスの数学謎々である。

付録：レオナルドの人体図のテキスト第2段落

「ウィトルウィウスの人体図」のテキスト第2段落には、「背丈を1/14低くなるように開脚して、腕を広げ、中指の先端が頭の天辺のラインに触れるまで腕を上げるならば、伸ばした四肢の中心が臍になり、脚部の間のスペースが正三角形になることを知るにちがいない」と記されている。この段落の第一行目は円に接するように、第二行目と第三行目は円を跨ぐように記されており、この記述内容の作図であれば円にうまく収まることを仄かしている (図A1)。

「伸ばした指が頭の天辺のラインに触れるように手を上げる」というのは、本論文でも示したように、弦の垂直二等分線が円の中心を通ることを使って臍の位置を特定する幾何学操作を仄めかす。そして、足の大きさが背丈の1/7ならば、背丈は1/14だけ低くなって「脚部の間のスペースは正三角形になる」が、足の大きさが背丈の1/6ならば、そのようにはならない (図4)、というのが言外の意味であろう。この正三角形について、補足的な説明をしておこう。

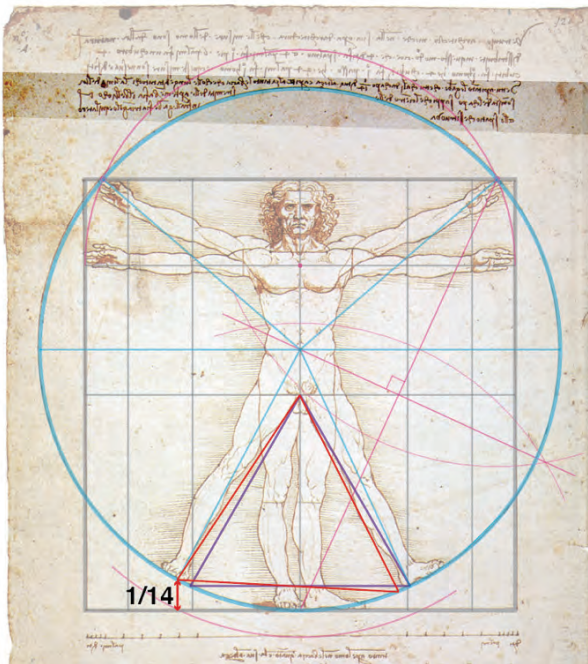
臍を中心とする円は、 $x^2 + \left(y - \frac{121}{200}\right)^2 = \left(\frac{121}{200}\right)^2$ で表され、足はこの円周上にある。今、開脚した左右の足と股間 $\left(x = 0, y = \frac{1}{2}\right)$ を結んでできる三角形を考える。背丈が1/14低くなる時、 $y = \frac{1}{14}$ なので、左右の足のx座標は $x = \pm \frac{\sqrt{2\sqrt{797}}}{140} \approx \pm 0.285$ と求まる。

三角形の底辺は左右の足の間隔として与えられるので、0.570と求まる。斜辺はピュタゴラスの定理を使って、 $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2\sqrt{797}}}{140}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14}\right)^2} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2597}}}{140} \approx 0.515$ と求まる。したがって単純計算では、背丈が1/14低くなる時、脚部の間のスペースは底辺が0.570、斜辺が0.515の二等辺三角形になる。

レオナルドの人体図では、向かって左側に見える開脚した足の親指は背丈が1/14低くなるように配置され $\left(x = -\frac{\sqrt{2\sqrt{797}}}{140}, y = \frac{1}{14}\right)$ 、脚部の内側輪郭に接するように一辺の長さが $\frac{\sqrt{2\sqrt{2597}}}{140}$ の正三角形 (赤)

が浮かび上がる。この正三角形は底辺が水平ではないことに注意を要する (図A1)。

一方、向かって右側に見える開脚した足の踵は、両脚の間に底辺が水平になる正三角形(紫)が想定される高さに位置している (図A1)。その三角形は股間にあたる点 $(x=0, y=\frac{1}{2})$ と、 $x^2 + (y - \frac{121}{200})^2 = (\frac{121}{200})^2$ で表される円の円周上にある同じ高さの二点とを結んでできる正三角形である。正方形の底辺から踵までの高さ y と三角形の高さ $\sqrt{3}x$ の和は股下の長さを与えるので、 $\sqrt{3}x + y = \frac{1}{2}$ の関係がある。これらを連立して解けば、この踵の座標は、 $x = \frac{\sqrt{58123} - 21\sqrt{3}}{800} \approx 0.256$, $y = \frac{463 - \sqrt{3}\sqrt{58123}}{800} \approx 0.0568$ と求まる。



図A1. 「ウィトルウィウスの人体図」テキスト第2段落の図解

註

- 0 エピグラフは、『権力への意志』八八二 (原佑 訳)。
- 1 Walter Isaacson, op.cit., p.156 (邦訳p.208)。
- 2 Toby Lester, op.cit., p.210, p.214 (邦訳p.220, p.225)。なお、同書p.207 (邦訳p.218) には、「肘から手の先までは身長の一の五分之一」とあるが、正しくは「四分之一」である。
- 3 山本義隆『一六世紀文化革命1』(みすず書房)第一章「芸術家にはじまる」には、人体の理想美を計測によって見出そうとしたレオン・バッティスタ・アルベルティおよびアルプレヒト・デューラーの試みが、理想の美の探求を放棄するに至った顛末が記されている。同書はまた、計測や図解の浸透がいわゆる「一七世紀科学革命」の礎となったことを指摘している。
- 4 Leonardo da Vinci and the Codex Huygens (The Morgan Library & Museum)
<https://www.themorgan.org/collection/Codex-Huygens>
(2020年11月4日アクセス)
- 5 『歴史の研究』(中央公論社「世界の名著73」、長谷川松治 訳, p.318)。トインビーは次ようにも記している。「世界国家としてのローマがあのように長く存続しえたのは、軍国主義者と搾取者の後に、アウグストゥスによる平定以後、数多くの、大部分は、無名の軍人と官吏が出たおかげであって、これらの人々は、この瀕死の社会が何世紀ものあいだ、「小春びより」の弱い陽光の中で日光浴することを可能にすることによって、略奪をこととした彼らの先輩の非道な行いを、部分的につぐなった」、「ローマの狼をプラトン流の番犬に変える奇跡をなしとげたのは、ギリシア哲学のはたらきであったことは明らか」、「衰退の悲劇的な結果をもとどおりに回復すること、あるいはせめてそれを緩和すること、それがローマの行政官のみならずギリシア哲学者の生涯の事業であった」(同書, pp.270-271)。
- 6 The Project Gutenberg EBook of Ten Books on Architecture, by Vitruvius (モーリス・ヒッキー・モーガン 版英訳)
<http://www.gutenberg.org/files/20239/20239-h/20239-h.htm>
- 7 『建築書』は「建築十書」とも呼ばれるように、全十書からなるが、プラトン『国家』も十巻からなる。『建築書』の中に「プラトン」の名は5回現れる。
- 8 「ゼウス、プロメテウス、アテナとモーモス」と題する寓話、『イソップ寓話集』(岩波文庫、中務哲郎 訳, p.93)。なお、アリストテレス『動物部分論』(第3巻第2章)では、ポセイドンが創った雄牛の角の位置にモモスが難癖をつけたことに対して、アリストテレスは「モモスも毫碌したものだ」と反論している。宗教改革に影響を及ぼしたエラスムス『痴愚神礼讃』(一五)では、邪魔立てするモモスを放逐して神々はやりたい放題に馬鹿げたおこないに耽るようになった、つまりモモスが神々の悪行の抑止力になっていたとされる。
- 9 ベンジャミン・ジャウエットによる英訳2011年書籍版で

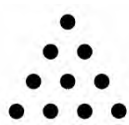
は、“The god of jealousy himself, he said, could find no fault with such study.”とあり、モモスΜόμοςは明示されていない。英語圏では、モモスを介してウイトルウィウスとプラトンとを結びつけて考えることは困難と思われる。なお、同書2017年版EBookでは、巻尾のリストにて“Momus (The god of jealousy)”との説明が加わった。

<https://www.gutenberg.org/files/55201/55201-h/55201-h.htm> 訳語に伴う問題については、註14も参照されたい。

10 第8段落の記述は、紀元前三世紀の第二ポエニ戦争の後に1デナリウス=10アスから1デナリウス=16アスの交換比率に改定して、戦費の債務を返済しつつ市民の経済生活への影響を小さく抑えたローマ共和国の経済政策の知恵についての話である。プリニウス『博物誌』第33巻13章にも記録されており、モンテスキュー『法の精神』第22編第11章・第12章で賛美されている。

11 アリストテレス『形而上学』第一巻第五章。

12 Erwin Schrödinger 『Nature and the Greeks and Science and Humanism』(Cambridge University Press, 2014) p.37 (『自然とギリシア人』ちくま学芸文庫、水谷淳 訳、p.55)。三角数とは、自然数1からnまでの和となる数で、三角形に並ぶ点として視覚的に表せる。10=1+2+3+4であり、テトラクテュス(右図)となる。



13 『原論』第IX巻、命題36。

14 森田慶一は、ラテン語の“articulis” (articulusの複数形)を「関節」と邦訳した。それを筆者は支持する。“articulis”は、「指」「手足」の意味もあるが、解剖学用語で「関節」を意味する英単語“articulation”の原形である。最初の近代語訳であるチェザレ・チェザリアーノ版イタリア語訳(1521年、LIBER TERTIVS LII、下記URL1)では、“articuli”とあったが、ベラルド・ガリアーニ版イタリア語訳(1790年、p.52、下記URL2)では“membra”という「手足“limbs”」に近い訳語があてられている。また、クロード・ペロー版フランス語訳(1673年、p.57、下記URL3)で“doigts”、モーリス・ヒッキー・モーガンの英訳(1914年、註6)では“fingers”、つまり「指」と訳されている。フランツ・レーバー版ドイツ語訳(1865年、p.77、下記URL4)では“Gliedern”つまり「手足“limbs”」とある。現代の西洋人には、第三書第5段落から第8段落の記述のアンカリングがより一層効果を発揮して、比例分割の位置特定が困難になっていると思われる。

URL1) <http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Images/Pdf/BPNME276.pdf>

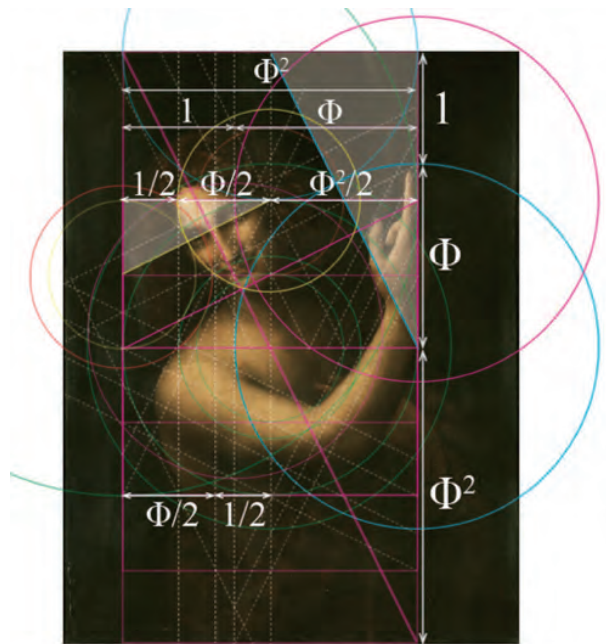
URL2) https://archive.org/details/bub_gb_Qx7PL7xn-IEC/page/n81/mode/2up

URL3) <http://architectura.cesr.uni-tours.fr/Traite/Images/Pdf/01665A0013.pdf>

URL4) <https://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuView?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/>

QF1A2W8M/pageimg

15 筆者の分析でも、レオナルドの遺作には1:2:√5の直角三角形と円を使った黄金分割が構図に潜んでいる。



16 本論文のすべての図は、Adobe®Illustrator®を用いて、人体が収まる正方形を基準として、すべての描画オブジェクトの大きさと座標を有効数字5桁の精度で配置した。

17 実際に自分の腕を横に広げて、円を描くように指先を頭の高さまで上げるとき、肩も同時に上がることに気づかれたい。筆者は、ジャコモ・アンドレアが描いた人体図を眺めて、図3cおよびdの幾何学操作を着想した。

18 『ヨハネの黙示録』に出てくる謎めいた数字を想起させる。「ここに知恵が必要である。賢い人は、獣の数字にどのような意味があるかを考えるがよい。数字は人間を指している。そして、数字は六百六十六である。」(13:18)そして、「七人の天使の七つの災いが終わるまでは、だれも神殿に入ることができなかった」(15:8)、「七つの鉢に盛られた神の怒りを地上に注ぎなさい……(中略)……その鉢の中身を地上に注ぐと、獣の刻印を押されている人間たち、また、獣の像を礼拝する者たちにはれ物ができた」(16:1-2)のである。その後、審判の日に獣の数の信奉者は裁かれる一方、難を逃れた人々が新しい都をつくる。その新しい都には神殿はない。なぜならば、「全能者である神、主と小羊とが都の神殿だからである」(21:22)。『ヨハネの黙示録』の成立年代がアウグストゥスの治世がすっかり過去のものになった頃であり、そのストーリーが「ウイトルウィウスの数学謎々」と符合しないでもないことを指摘しておく。

19 ウイトルウィウスは、学ぶべき治者の逸話をアウグストゥスに伝えた。第二書にはアレクサンダー大王にまつわる

- 逸話がある。共にアリストテレスに学んだ治者である。なお、養父カエサルがアレクサンダー大王に憧れていたことが『プルタルコス英雄伝』に記されている。
- 20 ウイトルウィウス研究の先駆者レオン・バッティスタ・アルベルティの『絵画論』では、骨格を先ず描き、その後筋肉を加えて皮膚で覆う順序のインサイドアウト・アプローチが勧められる。
- 21 「ものが統一されると、今やそのうゑに美が宿り、その部分にも全体にも美しさを与えるのである。またこの形は、同じような部分からなる均質的な一つのものに出会うと、その全体に同一の美しさを与えるのである。……(中略)……まことに、美しい肉体(もしくは物体)は神的なものどもからやってきたロゴスにあずかることによって生じるということは、このような理由に基づいているのである。」(『美について』、プロティノスI6.2.22、田中美知太郎 訳)
- 22 『パンセ』三四五、(前田陽一・由木 康 共訳)
- 23 Indra Kagis McEwen『Vitruvius: Writing the Body of Architecture』(MIT Press, 2003)は、ウイトルウィウスがローマ帝国確立の指針を供したと論じている。
- 24 ウイトルウィウスは、共和政ローマ初期の伝説的人物ガイウス・ムキウスの建築について「もし大理石造りであったなら」と提言している。(『建築書』第七書イントロダクション第17段落)
- 25 ヤーコブ・ブルクハルト(新井靖一 訳)『イタリア・ルネサンスの文化(上)』(ちくま学芸文庫、p.28)の「専制君主に対するフィレンツェ人の判断」を参照されたい。
- 26 ダンテ『神曲』地獄篇、第三十四歌62-67
- 27 ダンテ『帝政論』第一卷第一六章
- 28 ダンテは『帝政論』でアリストテレス流の三段論法を駆使して、哲人政治のような考えにたどり着いている。当時のイタリアで出回っていたプラトンの著作は『ティマイオス』くらいと言われる。なお、プラトンは、ペロポネソス戦争後のアテネの専制政治を嫌って、哲学を始め(『第七書簡』)、アカデメイアを創始した。
- 29 スティーヴン・グリーンブラット(河野純治 訳)『一四一七年、その一冊がすべてを変えた』(柏書房、2012年)第六章「嘘の工房にて」が参考になろう。
- 30 ノーベル賞科学者フレデリック・ソディは、『Wealth, Virtual Wealth, and Debt』(1926年、邦訳未刊)にて、信用創造メカニズムが孕んでいる問題点を指摘し、それが現代文明の崩壊の原因になることを『Money versus Man』(1931年、邦訳未刊)で言及していた。この問題を、最近、デヴィッド・グレーバー『Debt』(2011年、邦訳タイトルは『負債論』)が再提起している。また、オズヴァルト・シュペングラー『The Decline of the West』第2巻(1922年、邦訳タイトルは『西洋の没落』)では、人間が主体ではない「貨幣の独裁」に至り、「カエサル主義」が再来すると予言されている。
- 31 レオナルドが描いた人体図は、1956年にイギリス人美術史

家ケネス・クラークが著した“The Nude: a study in ideal form”(Pantheon Books)で複製されたのがきっかけとなって、一般の関心を引くようになった。邦訳は、高階秀爾・佐々木英也共訳『ザ・ヌード 裸体芸術論 理想的形態の研究』(美術出版社、1971年)。

- 32 ローマ・クラブの『成長の限界』(1972年)の予測の妥当性が追認され、今やフランスではCollapsologie(崩壊学)という学問が始まっている。筆者もドミートリー・オルロフ著『崩壊5段階説』(2015年、新評論)の邦訳出版を手掛けている。

参考文献

- 『ウイトルウィウス建築書』森田慶一訳注、東海大学出版会、1969年
- 『国家』プラトン(藤沢令夫 訳)、岩波書店(岩波文庫)1979年(英訳:『THE REPUBLIC』, Plato (Translated by Benjamin Jowett), Simon & Brown, 2011)
- 『The Notebooks of Leonardo Da Vinci』Vol.1, Leonardo Da Vinci (Translated by Jean Paul Richter), Dover, 1970
- 『Vitruvius: Writing the Body of Architecture』Indra Kagis McEwen, MIT Press, 2003
- 『LEONARDO DA VINCI』, Walter Isaacson, Simon & Schuster, 2017(邦訳:『レオナルド・ダ・ヴィンチ(上)』ウォルター・アイザックソン(土方奈美 訳)、文藝春秋、2017年)
- 『DA VINCI'S GOST』, Toby Lester, Free Press, 2012(邦訳:『ダ・ヴィンチ・ゴースト ウイトルウィウスの人体図の謎』トビー・レスター(宇丹貴代実 訳)、筑摩書房、2013年)

謝辞

本研究は、本学名誉教授・前田昌彦氏がレオナルド・ダ・ヴィンチ研究家・向川惣一氏と私とを引き合わせてくれたことが発端です。両氏に深謝申し上げます。

(おおたに・まさゆき

一般教育等/文明論・エルゴソフィ)

(2020年11月5日 受理)

