

ジェラルム・デザルグの透視図法

井村 俊一

1. はじめに

金沢美術工芸大学紀要第49号¹で、ジェラルム・デザルグ＝アブラハム・ボッスの透視図法について報告した。その内容は、主として絵画分野に適用した透視図法の考察であった。

ジェラルム・デザルグ²は、数学者で建築家としても活躍し、射影幾何学の先駆者であった。射影幾何学の研究の中で彼独自の透視図法を創始した。紀要第49号では、内容が主として透視図法の絵画分野の適用ということで、デザルグの弟子といえる銅版画家であり、絵画に造詣の深いアブラハム・ボッスの仕事³と思われるので、敢えて、表題には“アブラハム・ボッスの透視図法と絵画”としてデザルグの名前を外した。では、“デザルグの創始した透視図法とは、何か？”について、デザルグが1630年～1636年にかけて論文を発表したがそれらが紛失したので、後にアブラハム・ボッスが“デザルグ氏透視図法一般教本”⁴として1648年に出版した書物の図版を基として考察、解説したので報告する。

ジェラルム・デザルグの透視図法について本邦で、過去に紹介、解説された書物は、筆者の知る限り2冊と考えられる。それは、“図形科学ハンドブック”⁵と“空間を描く遠近法”⁶である。両書物とも、解説文は、黒田正巳氏の執筆で、デザルグの透視図法についての記述は、図版を含み高々1頁前後である。両書物の解説に使用した図版で、黒田氏は、デザルグの原図版の再構成を行い、現代図学の透視図法における測点法の知識を前提とする、とことわりながらも、わかり易い解説がなされている。但し、解説文に、解説用図版に無い記号（デザルグの原図版には挿入されている）が使われていたり、原図版にある挿入図が一部意図的かどうかは不明であるが、省いている。

また、原図版と再構成図の透視図対象図形の位置を表示してある数字に誤り（誤植？）があるので読者は混乱をきたし、理解困難と考えられる。また、図形科学ハンドブックでの記述は、紙数の制限故と推定されるが、概説のみで、図版は、もう一つの書物の図版より原図版に忠実であるが、やはり、数字に誤り（誤植？）があったり、記号に不適切があったりして、理解困難が想定される。（筆者自身も、始めて参考にしたときは理解ができなかった。後、ボッスの著書でのデザルグの原図版を考察して始めて理解できた）以上により、黒田氏が、ジェラルム・デザルグの透視図法を解説するのに最適な図版として、両書物で取り採った原図版（筆者もこの図が説明用に一番適当と考えた）を忠実に用い、先達の書物の存在にも拘わらず、敢えて、図学初心者でも理解可能を心がけ、できるだけ丁寧な解説を試みた。

2. ジェラルム・デザルグの透視図法

デザルグの創始した透視図法は、発想が従来の方法と異なり、独特であったので、一般にはなかなか受け入れられなかったといわれている。

彼の透視図法の基本は、

1. 透視図の対象図形の位置決め座標幾何学（解析幾何学）を適用。デザルグは、解析幾何学の創始者である同時代のルネ・デカルトと親しかったといわれ、座標幾何学の知識を彼から得ることができ、その有用性の理解から自分の研究している透視図法に、当時の最先端の数学の解析幾何学を導入したと考えられる。
2. 透視図の奥行方向の位置決めや、幅方向の位置決め、目盛尺を設定し、座標表示をそのまま目盛尺に適用し、作図をする方法を考案

した。この方法により、デザルグは、現代図学における測点法の原理の創始者といわれている。

3. 図学の歴史の変遷という観点から、座標幾何学の導入は、透視図（長さというものが視点からの位置により変化する）に、図学でいう正投影（長さは変化しない）の概念を持ち込み、両者の統合を試みたものと考えられる。

以下、デザルグの方法を彼の図版に従い、時には現代図学風に再構成した新規図版を適宜使って解説する。

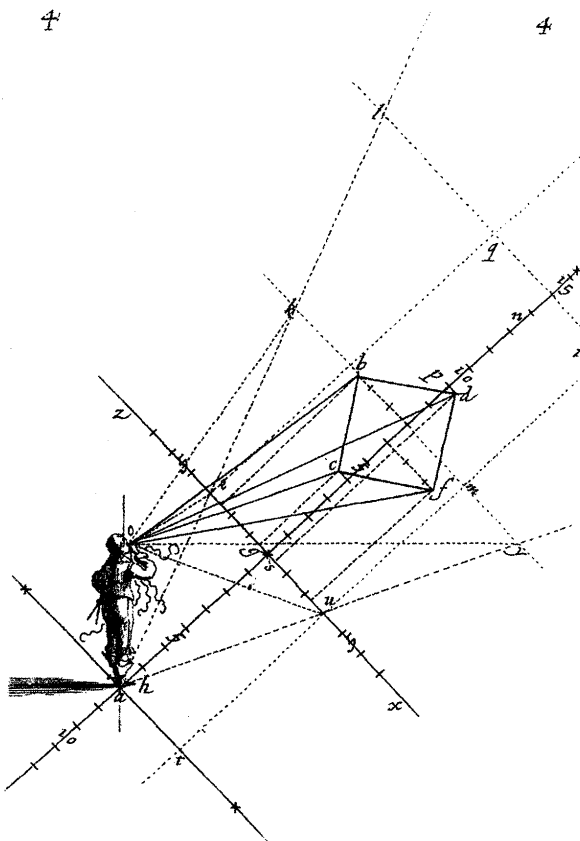


Fig. 1 デザルグの透視図法基本図

Fig. 1は、基面（水平面）上に設定された、矩形に視点 o を中心とした投射線（視線）が放射状に描かれている。視点の平面図は停点 a で、停点から視軸（視点から引いた画面に直交する視線）の平面図に奥行を表示する目盛が設定されている。視点と画面までの距離、即ち、視距離の位置に画面線 z x が設定されている。視軸の平面図と画面線の交点 g を中

心として対称の位置に e 点と v 点を置き、画面の幅 \overline{ev} が設定されている。停点 a と e 、 a と v を破線で結び延長する。この時できる停点 a を頂点とする二等辺三角形を“視角の三角形”と本報で、名付けると、その三角形の画面幅線の背後の台形の形状の内に透視図対象図形が設定されることを示している。また、台形の形状は、視距離のピッチ (\overline{egv} , \overline{kmy} , \overline{lq}) で連続する。デザルグは、対象図形の位置決め座標を適用する便宜のため、画面端の e 点、画面幅中心点 g 、もう一つの画面端 v 点はそれぞれ整数値に設定され、視距離も整数値に設定されている。ここで、停点を頂点とする三角形（視角の三角形）の頂角は、画面幅により決まる。

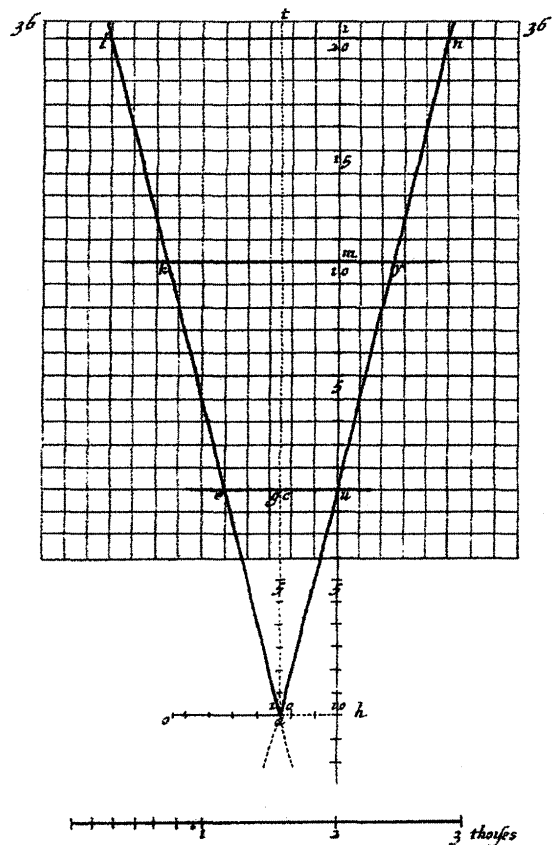


Fig. 2 座標表示設定短形格子（正方格子）

Fig. 1を座標展開するためにFig. 2が示される。このような図では、画面幅と台形形状のピッチ線は矩形格子の格子線上にくるように座標格子が設定される。

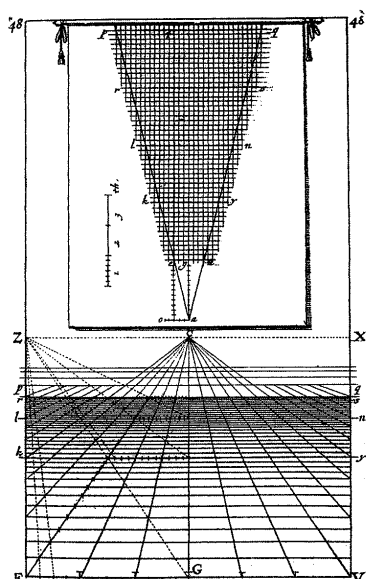


Fig. 9 方眼格子視角の三角形と透視図法

Fig. 9に、Fig. 5～Fig. 8と同様な図に、矩形格子を設定した視角の三角形を示し、それに対応する透視図を下側に作図したものを示す。但し、本図では、矩形格子1目盛づつの奥行線群が作図されているが、その作図方法の詳細は、EV（基線）上にE点から1目盛の位置に点を求め、その点とZ点を結ぶ奥行作図線とEC線との交点を求め、その点を平行移動し、EZ線上に移し、視心Cと結ぶ線群で順々に奥行線の位置をEZ線上に求めていく。本方法は金沢美術工芸大学紀要第49号¹で、“2視心による距離点法”としてその理論、および作図方法を詳細に説明してあるので参照されたい。

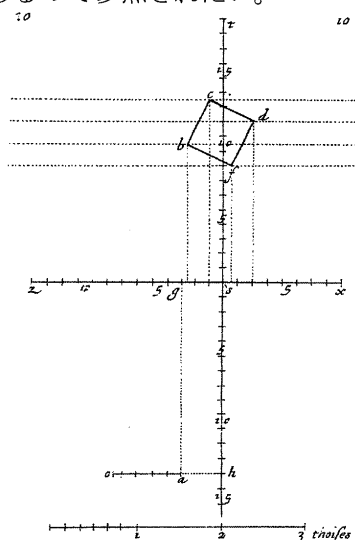


Fig. 10 図形（2次元）の位置設定図

Fig. 10は、基線と視高線と奥行基準線（奥行目盛付）が設定されている基面（水平面）に透視図対象図形（矩形）が傾けて示されている図版である。

次いで、Fig. 11は、Fig. 10と類似した形式の図で対象図形の座標位置を求めるための矩形格子が設定されている図版である。Fig. 12は、Fig. 11の図に、高さが設定されている3次元図形を高さ方向を平面上に表示したものである。即ち、矩形図の b 、 c 、 f 、 d の各頂点上に基線に垂直方向に高さ、 \overline{dr} 、 \overline{bq} 、 \overline{cp} 、 \overline{ft} （この図では各々目盛5）が示されている。Fig. 13は、2次元図形（矩形） bcd の各辺を3等分して9個の小さい矩形に分割した図である。ここで、 a は停点、 o は視点である。奥行方向のスケール h は、停点の位置とは一致していないことに注意が必要である。

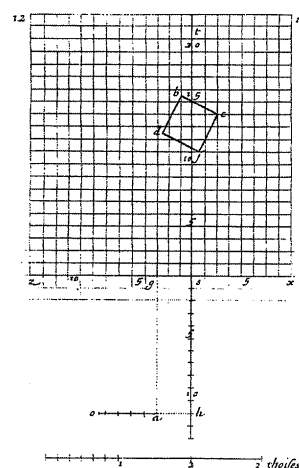


Fig. 11 方眼格子導入位置設定図

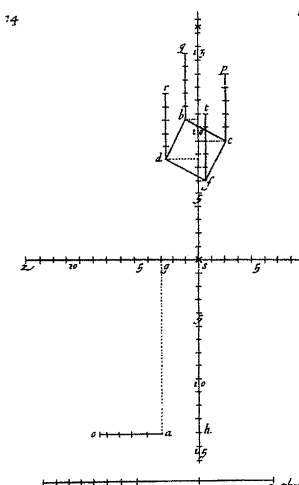


Fig. 12 図形（3次元）の位置設定図

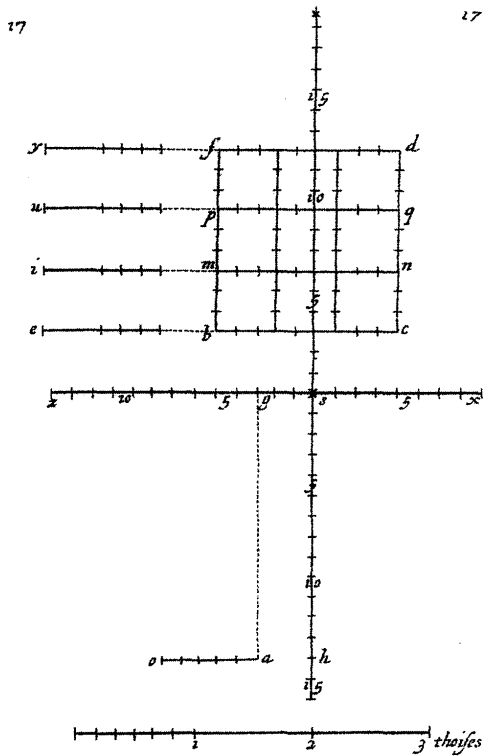


Fig. 13 分割線入矩形図の位置設定図

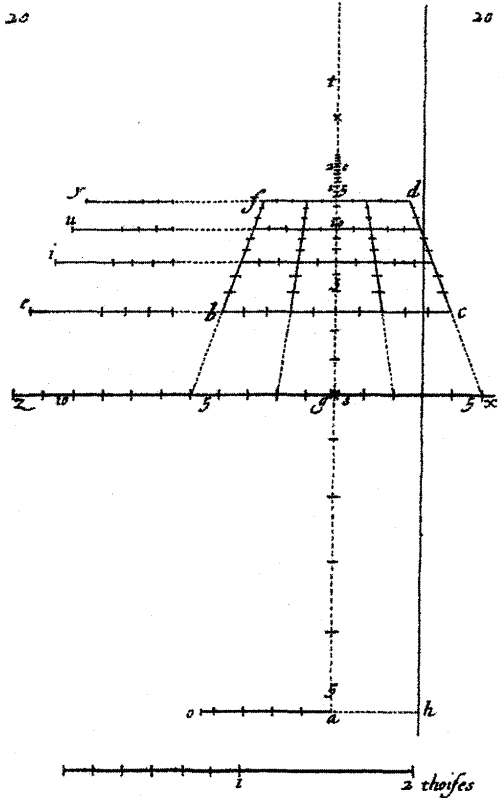


Fig. 14 分割線入矩形図の透視図

Fig. 14は、Fig. 13に示した形式で、基面上の9分割矩形の平面図の、画面上に形成される透視図を基面に重ねた形式の図である。(図学では通常、画面上の透視図を基線を軸として反時計方向にラバットメントし、基面に重ねて2次元図形にして表示するのが一般的である。このような形式がここでは適用されている) 但し、本図には、透視図作図に不可欠な水平線の設定も、奥行線の作図線も記入されていない。その上、視距離、視高、矩形の大きさ、分割の仕方等もFig. 13と相違する。そのため新たに、Fig. 15を新規に作成した。但し、適切な透視図の作成のため、視軸の位置をFig. 13の位置から、奥行スケールhの位置に移して作成した。ZCは、水平線でC点は視心である。奥行線3、6、9上の左端部分に示すドット点の間隔はその奥行の位置における目盛を示す。(2視心による距離点法参照)

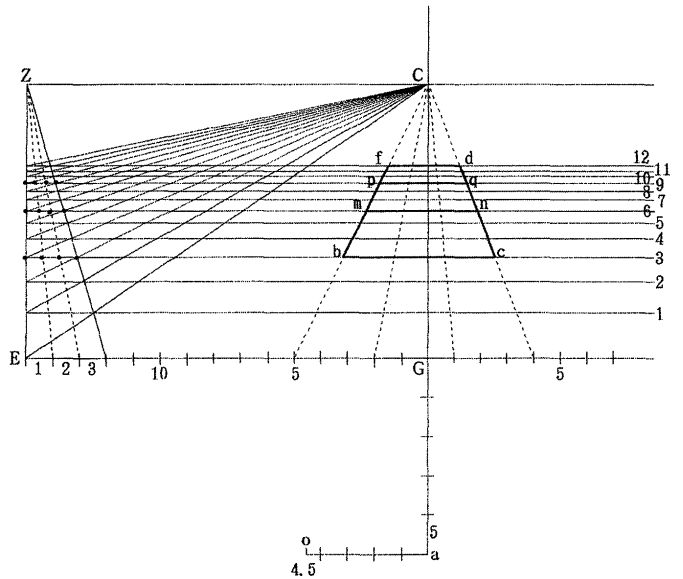


Fig. 15 矩形の透視図作図法

Fig. 16は、Fig. 12に示すように高さ方向を平面図に表示した形式から、Fig. 14の矩形の透視図に高さ4目盛を設定した3次元図形の透視図の図版である。この図には、やはり、水平線等の透視図作図に必要な作図線が殆ど引かれていない。そこで新規にFig. 15に示す矩形の透視図に高さ4目盛を設定した直方体の透視図、Fig. 17を作成した。

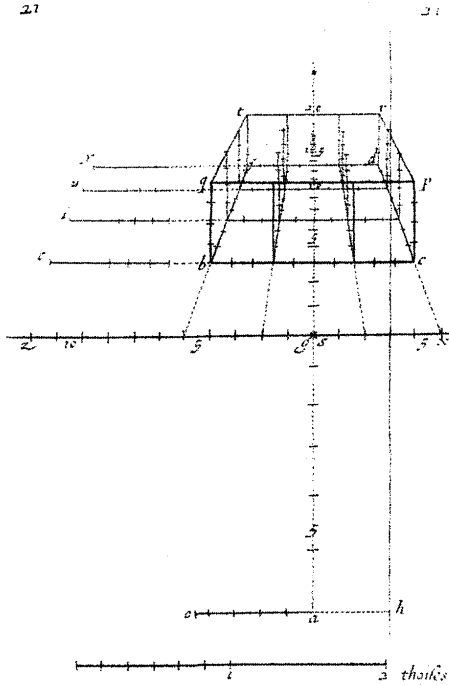


Fig. 16 分割線入直方体の透視図

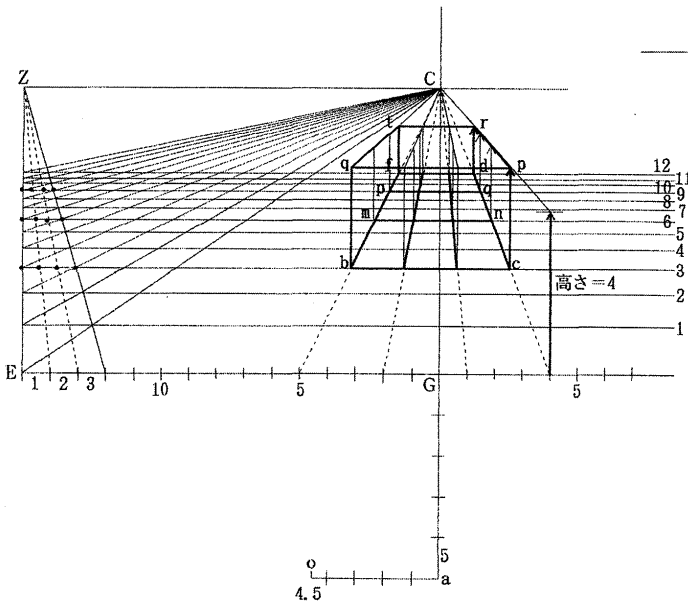


Fig. 17 直方体の透視図作図法

3. デザルグの透視図作図法の総括

デザルグの方法を彼の図版に従い、段階的に検討、解説してきたが、本節では、彼の方法に、現代図学の透視図標準図法の形式（水平線と画面線が同じ位

置）を適用して、Fig. 18を新たに作成した。本図の骨子は、デザルグの方法の特徴である透視図対象を視角の三角形内に設定し、矩形格子により座標位置を決める。この方法では視角の三角形（適切な透視図作成では、停点を頂点として基線との角度（ α° ）が 30° 前後がふさわしい）の頂角は、鋭角であることが適切である。

Z : α° の方向の消点, 座標原点
 \overline{ZX} , \overline{EV} : 画面の幅

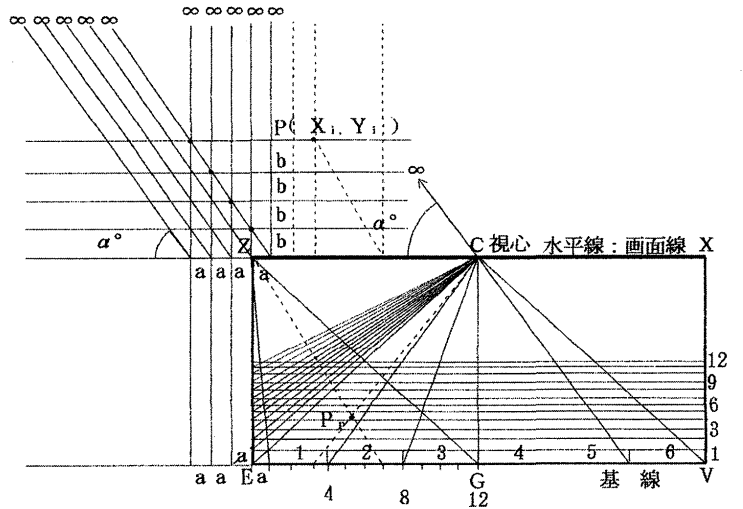


Fig. 18 短形格子座標と透視図法

Fig. 18で、基線（EGV）上に2種類の目盛を設定する。上側は画面幅方向の目盛で、下側は画面奥行方向の目盛（a）である。2視心による距離点法により、a目盛の奥行は、 $b = a \cdot \tan(\alpha)$ であり、矩形格子の1つの矩形は、横＝a、縦＝bである。一般に矩形格子の縦横の目盛幅は、相違し、 $\alpha^\circ = 45^\circ$ の時のみ正方格子となる。透視図を作成するときは、視角の三角形内に対象図形を設定、次に水平線（画面線）の左端Zを座標幾何学でいう、座標原点にとり、矩形格子を設定する。次に格子点を読むことにより、対象図形的位置の座標を決めることができる。たとえば、座標P（ X_i, Y_i ）の透視図は、図のように作図して、 P_p となる。このような、縦横の違う矩形格子から、縦横同一尺度（ $\alpha^\circ = 45^\circ$ ）へと、即ち、正方格子での位置決定へと展開する。最終的には、既報¹で解明した“2視心による距離点法”（ここには、視角の三角形はない）で完成した、と考えられる。

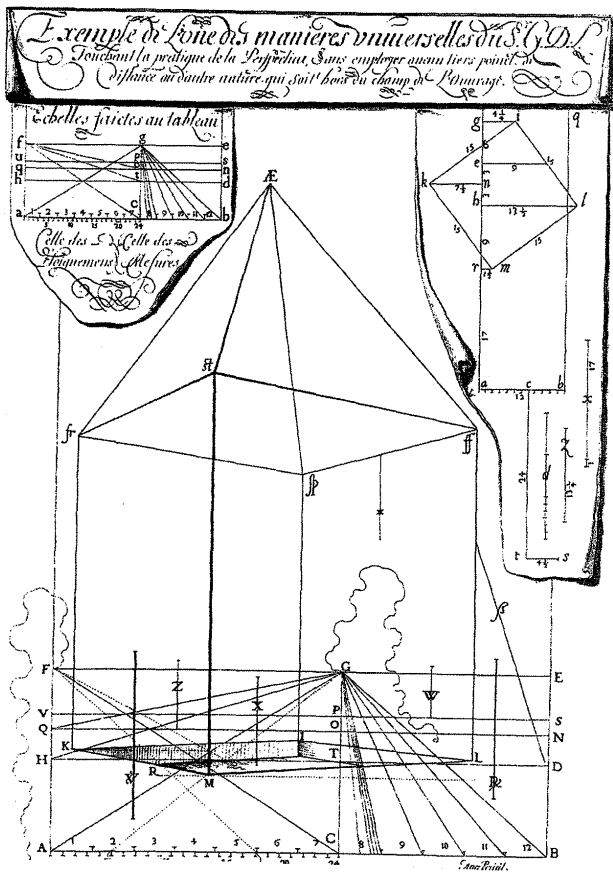


Fig. 19 デザルグによる家形の透視図

Fig. 19は、デザルグの透視図法での代表的な作図法を示す図版である。この図版には、奥行位置の透視図を作成する方法、対象図形の座標位置を示す図、そしてそれらの図等を基にして作成した家形の透視図が描かれている。この図の作成過程を丁寧にトレースすることにより、デザルグの透視図法の作成方法が明瞭になる。トレースを行うために、Fig. 19内の2つの図を独立した図に作成した。Fig. 20は、対象図形の座標位置を示す図で \overline{ab} は、画面幅を示し、 c 点は、視心の平面図を示す。 \overline{tc} は、視距離を表し、 s は視点、 t は停点を表す。故に、 \overline{ts} は視高である。 a 点を座標原点に設定している。Fig. 21は、奥行線の位置を求める作図法を示している。

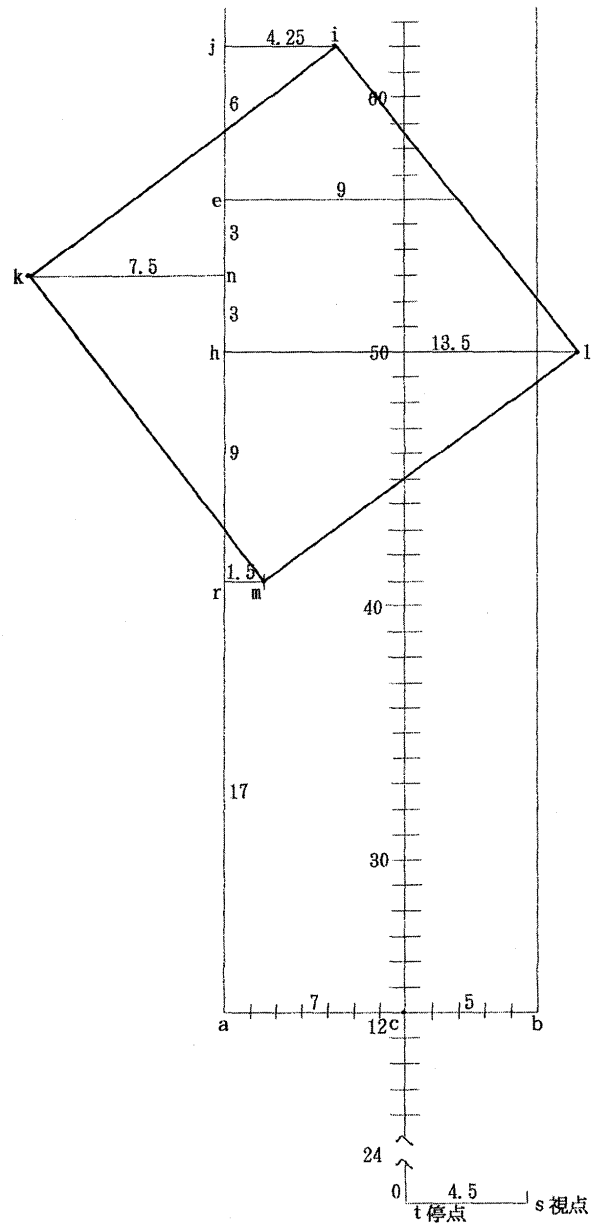


Fig. 20 座標表示例

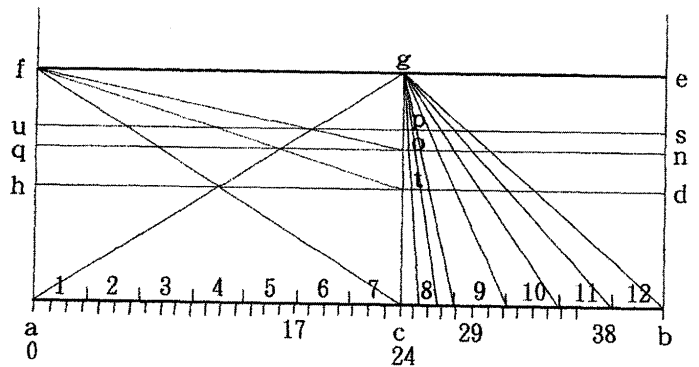


Fig. 21 奥行透視図作図法

Fig. 23で、 h_1 は、基面から屋根の頂上までの高さ、 h_2 は、基面から直方体部分までの高さである。先ず、底面が共通の高さ h_2 の直方体と、高さ h_1 の直方体の透視図を作成する。この作業は、容易である。次に、高さ h_1 の直方体の上面の矩形の対角線の交点 Y を求め、 h_2 の高さの直方体の透視図の4つの頂点と Y を結びば屋根の透視図が完成する。以上で、Fig. 19のデザルグの透視図の作図がすべて完了する。

デザルグの透視図作図法の特徴である“座標表示で対象図形を設定する方法”では、2視心による距離点法での水平線（画面線）の左端を座標原点にとるが、基線における2つの目盛（画面幅方向と奥行方向）を同じ尺度にすると非常に便利である。そのため、Fig. 18の α を $\alpha^\circ = 45^\circ$ に設定すると同一尺度になり、座標決定が容易になる。そのことを明解にするために、Fig. 24を作成した。

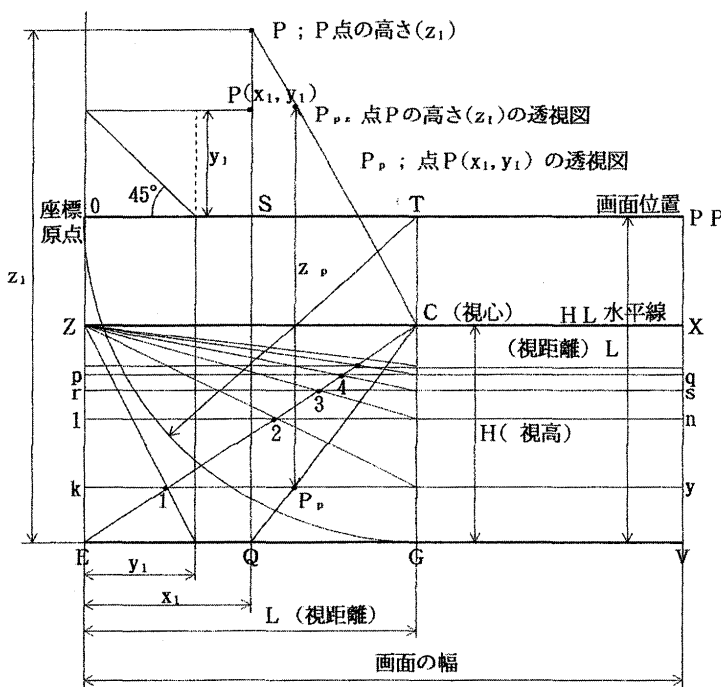


Fig. 24 座標表示（同一尺度）透視図作図法

Fig. 24は、デザルグの透視図法を現代図学の形式をできるだけ導入し、初心者や、学生に理解し易いような配慮を念頭に再構成したものである。基面上の図形（ここでは点）の透視図と共にその点の高さ（ z_1 ）の透視図の作図法も示している。また、本

図は、画面線と水平線の位置を違えた一般的図法である。座標原点を、画面線の左端とする。 $P(x_1, y_1)$ の透視図、 P_p の作図で、 E 点から、 EV （基線）上に x_1 をとり、 Q 点として、 QC を結ぶ。次に奥行を決めるため、 E 点から EV 上に距離 y_1 をとり、その点と Z を結び、 EC との交点を 1 とする。 1 を通り、基線に平行線（ \overline{ky} ）を引くと、それが画面から y_1 の奥行の位置にある線の透視図である。 \overline{QC} と \overline{ky} の交点が求める透視図 P_p である。次に、 Q 点から垂直方向に高さ z_1 をとり、 P とし、 PC を結び、 P_p から垂直方向に線を引き、 PC との交点を求めると、それが P_{pz} である。ここでは、基線の上下の目盛は同一尺度に設定して、現代図学風にしていく。

4. おわりに

デザルグの、当時において独創的といわれた透視図法について、彼の図法を説明するのに鍵となる図版を段階的に注意深く考察して、その意味、作図法を現代図学の立場に留意して明瞭にした。（本報告には、あくまでも美術系大学において図学を講義する立場から、画学生やデザイン系の学生が、最近、ともすれば軽視されがちな、透視図法の歴史的意義を感じてもらおうという主旨も含んでいるので、デザルグの図版の現代図学の表現化に拘った）ただ、デザルグ自身の発表論文が失われ、ボッスが後年、書物にまとめて出版したものを資料として検討したもので、“どこまでが、デザルグ自身のものか？ボッスのアイデアがまったく、はいつていないのかどうか？”という懸念はあるが、参考資料³によるとボッスは、デザルグの透視図法の普遍性を主張し、論証面では、デザルグに全面的に心酔し、彼は、この優れた方法を、当時の画家、版画家達の常識的認識“透視図法とは、建築やその類のものに対してのみ有効で特に人物像などについては関係ない”ということに対して、透視図法は、一般性、普遍性があり、何であれ、対象物を表現しようとするのに有効であると説き、デザルグの透視図法の種々の実践例

を提示した。特に彼の専門分野である、版画、絵画分野では彼の流儀で実践例を提示し、啓蒙に努めた。といわれている。本報告は、一応、このような考えを前提に理論的、論証的な図版は、デザルグ自身の仕事、絵画等の分野の応用面ではボッスの仕事として考察を進めたもので、本来ここまでが、デザルグ、これからがボッスという分け方は適当ではないのかもしれない、ということをお断しておく。

[追 補]

デザルグの透視図法の思考の原点は、Fig. 25で、水平面上に描かれた矩形の4つの角に、それぞれ糸をつなぎ、そこから引いた糸を一点に集め、それを手に持ち、その手をあらゆる方向に動かすと、錐形の断面に様々な形が現れる。次に、その手を目の高さを持ってくる。その様子を表示している。また、Fig. 26では、対象を立体にし、同様に糸を引く。さらに、立体を光の下に置き、そこに広がる影の角にも糸をつなぐ。彼は、本報告では考察しないが、陰影にまで透視図法を拡張していることがわかる。このような考え方は、ルネッサンスの透視図法、例えば、アルベルティが彼の“絵画論”⁸で視的ピラミッドの切断面が絵画であると主張しているのと同様であるが、切断面に関して、アルベルティは中心視線に直交するような状態を念頭においていたのに対して、Fig. 25の図を観察すると、デザルグは、もっと柔軟に視点を動かし、視的ピラミッドの種々の断面を研究していたと思われる。Fig. 19の基線 (AB) の上下の2系統の目盛により、透視図を作成する考案で一般に、デザルグを測点法の原理の創始者としているが、筆者は、この目盛付けは、座標幾何学の適用から、必然的に伴ってくる考案で、どちらかという、距離点法の応用とするのがふさわしい。測点法は、既報¹で論じた透視図三角形⁹が現代測点法の原理そのものと考えられる。故に、一見、理解しづらいが、透視図三角形の考案にこそ、デザルグが測点法の創始者とするのが適当と考えられる。

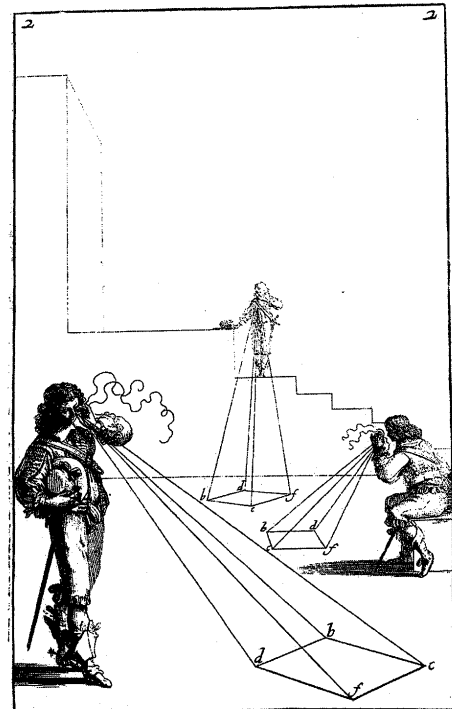


Fig. 25 視覚のピラミッド例のイラスト1

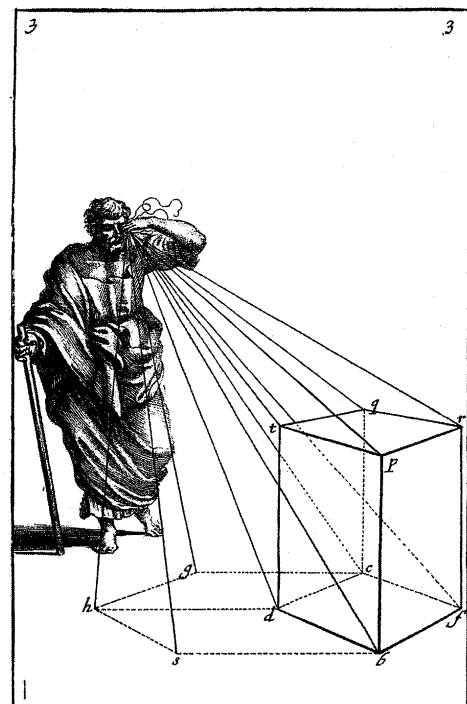


Fig. 26 視覚のピラミッド例のイラスト2

注

- 1 金沢美術工芸大学紀要 第49号 2005年 “アブラハム・ボッスの透視図と絵画” p105～p113
- 2 Gerard Desargues (1593～1662) ; フランスの数学者、建築家、射影幾何学の先駆、デザルグの定理の発見者、解析幾何学の創始者のデカルトと親交があったといわれている。
- 3 D’ACIDE ET D’ENCRE Abraham Bosse (1604?～1676) et son siècle en perspectives Marianne Le Blanc CNRS ÉDITIONS, Paris, 2004, CHAPITRE IV INTERPRÉTER ET DIFFUSER DESARGUES (1643～1647) p117参照
- 4 Maniere universelle de Mr. Desargues, pour pratiquer la Perspective, Paris 1648 Abraham Bosse
- 5 図形科学ハンドブック 日本図学会 森北出版 1980 p16
- 6 空間を描く遠近法 黒田正巳 彰国社 1992 p82
この本の中にボッスの書いたデザルグ法のオランダ語訳が、江戸時代に日本に入ってきたが理解されないまま埋もれていたようである。という記述が黒田氏により、なされているが、オランダ語訳本については、筆者には、残念ながら詳細は不明である。
- 7 ラテン語の場合、ローマ時代の名残でuとvは形の上では区別されず、同一のものとされていた習慣が、図版に残っていると考えられる。
- 8 絵画論 レオン・バッティスタ・アルベルティ 三輪福松訳 中央公論美術出版 1996
- 9 Abraham Bosse savant graveur Tours vers 1604-1676, Paris Bibliothèque nationale de France/Musée des Beaux-Arts de Tours 2004 p286

- Fig. 1 : p1. 4, p 129 Fig. 2 : p1. 36, p136
 Fig. 5 : p1. 43, p 137 Fig. 5 : p1. 44, p137
 Fig. 8 : p1. 46, p 138 Fig. 10 : p1. 10, p131
 Fig. 11 : p1. 12, p 131 Fig. 12 : p1. 14, p132
 Fig. 13 : p1. 17, p 132 Fig. 14 : p1. 20, p133
 Fig. 16 : p1. 21, p 134 Fig. 19, p 119

(b) Abraham Bosse savant graveur Tours vers 1604-1676, Paris
 Bibliothèque nationale de France/Musée des Beaux-Arts de
 Tours 2004より、

Fig. 9 : p1. 48, p248

Fig. 25 : p1. 2, p245 Fig. 26 : p1. 3, p246

(いむら・としかず 図学)
 (2006年10月31日受理)

図版出典

- 1 Maniere universelle de Mr. Desarguer, pour pratiquer la Perspective, Paris 1648 Abraham Bosse
上記の中に種々の透視図法の図版が挿入されている。特に、重要と思われる図版について、下記の2冊の書は、原図版をそのまま転載している。
例えば、(a)、(b) である。手元に (a)、(b) の2冊があるので、そこから図版を引用した。
- a) D’ACIDE ET D’ENCRE Abraham Bosse (1604?～1676) et son siècle en perspectives Marianne Le Blanc CNRS ÉDITIONS, Paris, 2004より、(p1; planche, 図版出典資料 1の図版番号を示す)