

図学教育へのパーソナルコンピュータの利用について (6)

—円筒鏡アナモルフォーズのコンピュータシミュレーション—

井村 俊一

1. はじめに

表題による研究シリーズで、第2報⁽¹⁾よりアナモルフォーズについて、一連の考察を行なった。その中の第2報⁽²⁾で、シリーズの発端となる円筒鏡アナモルフォーズの研究の経緯と、一中心法による概観的な解析と考察を試みた。その後で知ったバルトルシャイティスのアナモルフォーズについての総合的な著書⁽³⁾に触発され、第3報⁽⁴⁾を発表した。その報告のなかで、幾何光学を厳密に適用することにより、円筒鏡アナモルフォーズの作図法に常に付随していた理論的あいまいさについて考察した。円筒鏡アナモルフォーズでは、名前の通り使用する鏡が円筒の表面である。歴史的に考察、考案されてきた種々の作図法も当然のことながら、円筒鏡を主体として、構成されている。ところが筆者の研究から、主体となるべきは円筒鏡ではなくて断面が放物線の放物柱鏡であることが明らかにされた。即ち、過去の種々の作図法における円筒鏡の位置と作図線の設定原理のあいまいさは、本来の放物柱鏡に、いかに円筒鏡を近似させるかの種々の工夫や、試行錯誤に起因したものであったと解釈される。(もっとも、工夫の主は、放物柱鏡のことには気付いていなかったが)。17世紀頃の幾何光学の知識で、理論的に解析して放物柱鏡にたどりつくには複雑すぎたのかもしれない。

筆者の作図方式は、放物柱鏡を基本として、アナモルフォーズを作成する方法で、第3報の理論解析による知見から、放物柱鏡に一番近似する位置に円筒鏡を設定するものである。本報告では、アナモルフォーズの原像と鏡像(虚像)の変換式を導き、それをコンピュータのプログラム化し、実際にパーソナルコンピュータを使って、いろいろな条件を設定

し、シミュレーションを行った。つぎに、専門誌⁽⁵⁾に掲載されていた、アナモルフォーズの権威であるJ=F. ニスロン⁽⁶⁾の光学的な先駆的試みの妥当性の検証を行った。それは、彼が行った種々のアナモルフォーズの研究では満足せず、光学の知識を基にして、更なる新しい試みへの挑戦、即ち、「多面体プリズムによる分散した絵画部分の収束による絵の総合」とでも称してよいような内容の研究考案である。多面体プリズムと絵画部分からなる一枚の説明図と紹介者の短いコメント⁽⁵⁾から、ニスロンの試みの原理的妥当性と彼の時代における実現可能性の検討が内容である。

2. 放物柱鏡によるアナモルフォーズ

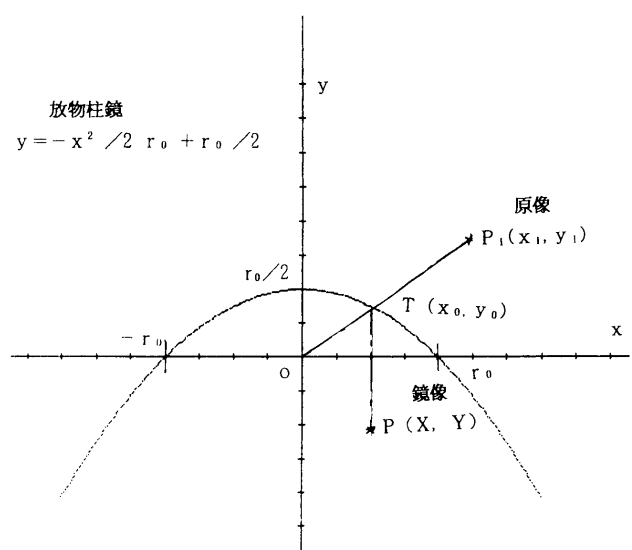


Fig. 1 放物柱鏡アナモルフォーズ変換座標図

(1) 鏡像から原像を求める変換式

点P (X, Y) を鏡像 (虚像) とし、そのアナモルフォーズ (原像) を点P₁ (x₁, y₁) とする。

$\overline{OP_1} = R$ とおくと、

$$\begin{cases} R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ Y = y_0 - (R - \sqrt{x_0^2 + y_0^2}) \\ X = x_0, R = y_0 - Y + \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \end{cases}$$

但し、 $\overline{OT} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$

T は、 $y = -\frac{x^2}{2r_0} + \frac{r_0}{2}$ (放物線)

と直線 $y = \frac{y_1}{x_1}x$ の交点であり、

座標は T(x₀, y₀) である。

$X = x_0, y_0 = -\frac{x_0^2}{2r_0} + \frac{r_0}{2}$ より、

P₁(x₁, y₁) は、

$$\begin{cases} x_1 = \frac{RX}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \\ y_1 = \frac{x_1 y_0}{X} \end{cases}$$

となる。

(2) 原像から鏡像を求める変換式は (1) の式の逆演算をすれば求まるから、

P₁ (x₁, y₁) から P (X, Y) への変換を行なうと、

$$\begin{cases} X = \frac{-r_0 y_1 + r_0 \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{x_1} \\ Y = \frac{y_1}{x_1} x_0 - R + \frac{X}{x_1} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \end{cases}$$

となる。但し、 $R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

である。

3. 円筒鏡アナモルフォーズの考察

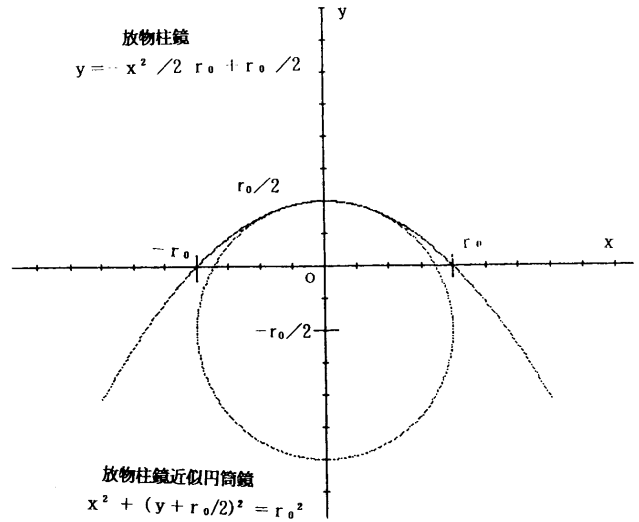


Fig. 2 円筒鏡アナモルフォーズ変換座標図

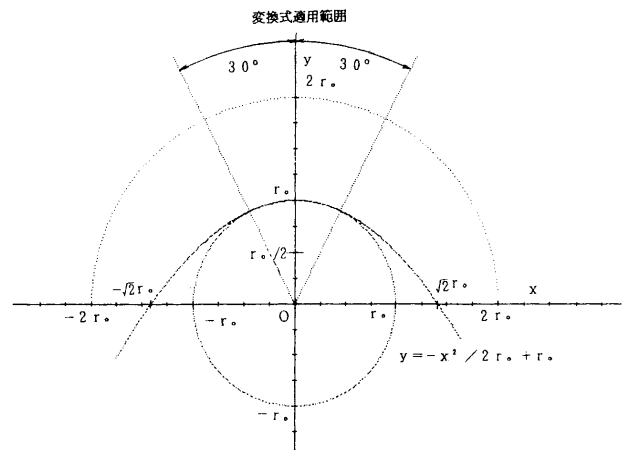


Fig. 3 一中心法による近似円筒鏡の設定

Fig. 2にy軸付近に原像を設定する場合の円筒鏡の位置を示す。図を見れば放物柱鏡と円筒鏡がほぼ一致していることがわかる。

Fig. 3に第2報で考察した一中心法による円筒鏡アナモルフォーズの放物柱鏡との関係図を示した。この場合、アナモルフォーズの精度を向上させるためには、原像を原点0からy軸の正の部分を中心、大略、 $\pm 30^\circ$ に放射された線分の内側と、0を中心とする半径 $2r_0$ の円弧の外側という2条件を満たす位置に設定しなければならない。

第2報に報告したコンピュータによるシミュレーションの実施例は、この条件を満たしているので良好なアナモルフォーズが得られている。

4. コンピュータによるシミュレーションの実施例

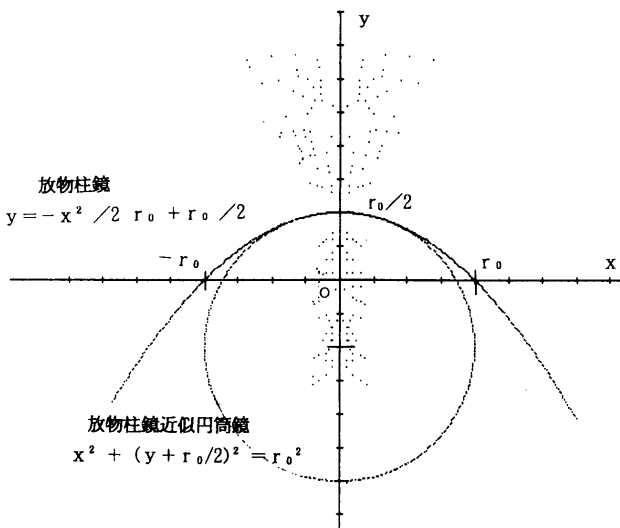


Fig. 4 ドット表示による文字アナモルフォーズ

Fig. 4~Fig. 7に、シミュレーションの実施例を示す。Fig. 4は、y軸付近に漢字の金沢美大の4文字が鏡像となるようなアナモルフォーズ（原像）

を作画したものである。金沢美大の文字を座標値で読み取り、それらをデータとして変換式に代入してプリンターで印字したものである。Fig. 4は、ドット形式になっていてわかりにくい。そこで、ドットをペンで結んで理解しやすいようにしたものがFig. 5である。この図を鑑賞すれば円筒鏡アナモルフォーズの特徴がよく理解できると思う。Fig. 6は、金沢美術工芸大学の8文字のアナモルフォーズを作画したものである。このような文字（鏡像）の位置を設定した場合、アナモルフォーズの歪み度は、大きくならないことが理解される。

Fig. 7は、一般に基本図形と考えられる円、四角形、三角形を組み合わせた図形のアナモルフォーズを作画したものである。この場合も、円筒鏡アナモルフォーズの特徴がよく示されている。

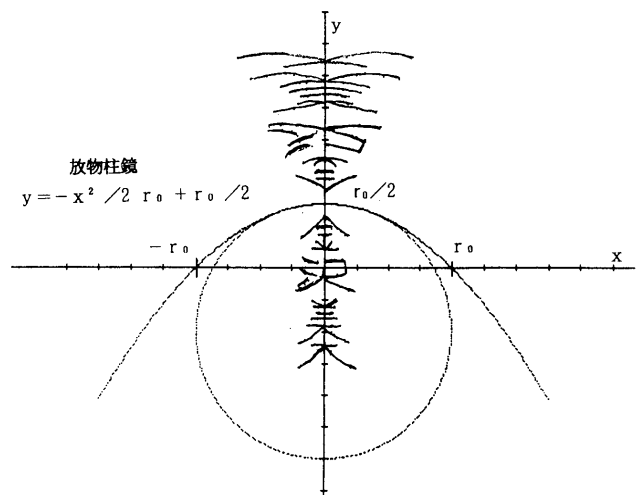


Fig. 5 文字アナモルフォーズ I

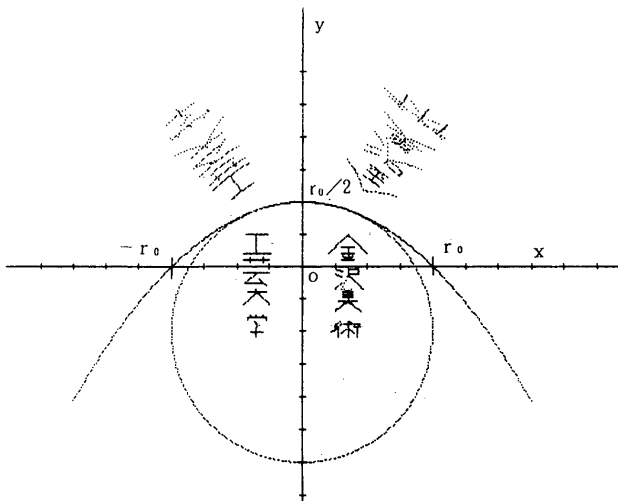


Fig. 6 文字アナモルフォーズII

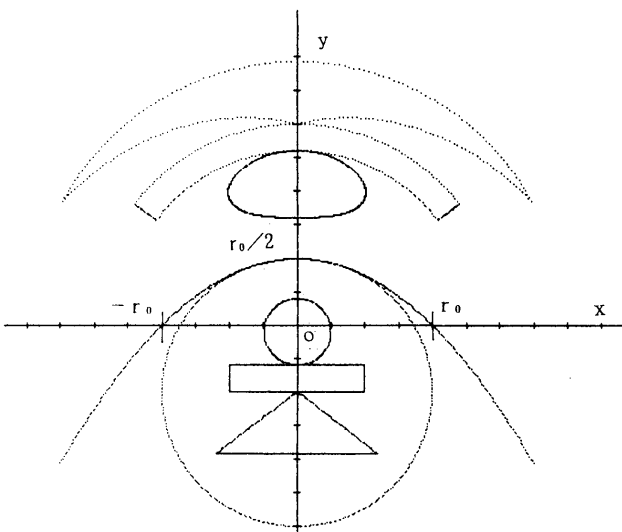


Fig. 7 複数の基本図形のアナモルフォーズ

Fig. 7 複数の基本図形のアナモルフォーズ

5. 日本における円筒鏡アナモルフォーズ

日本における円筒鏡アナモルフォーズは、稲垣氏の解説⁽⁷⁾によると、18世紀のヨーロッパでの流行が、長崎の出島を通じて、オランダ人より伝えられたとのこと。そして、当時円筒鏡が入手できなくて、漆で鏡面仕上げをした刀の鞘を円筒鏡の位置に立てて、漆による鏡の面に映る鏡像を楽しんだとのこと。そのため、円筒鏡アナモルフォーズのことを鞘絵と呼称した。Fig. 8⁽⁸⁾、Fig. 9⁽⁹⁾に、鞘絵の例を示

す。当時、科学的思考方法に乏しかった日本では、アナモルフォーズの描き方の研究解析の形跡は見られず、オランダ人から伝授された作画方法を多分、鵜呑みと、試行錯誤の方法で描いたものと推定される。Fig. 9では、鞘の立てる位置を図で示さずに詞書きで指示している。円筒鏡は、本来、放物柱鏡であるべきなので、アナモルフォーズの絵によっては刀の鞘（長楕円の形）の方が円筒鏡より放物柱鏡に近い場合も、十分想定されるので、かえって良好な鏡像が得られる場合もあったかもしれない。そのようなことがあれば、まさしく怪我の功名とでもいべきことであろう。



Fig. 8 琵琶を奏でる船上の美女と馬を引く若者



Fig. 9 風流鞘絵 (花魁)

6. 多面体プリズムによる部分集積絵

上記表題のだまし絵は、坂根氏の紹介記事⁽⁵⁾により、知ったのであるが、坂根氏は、“モンタージュ式だまし絵”⁽⁶⁾と名付けている。筆者は、表題のように便宜的に称したが、これは、J=F. ニスロンが1679年に著した「La Perspective Curieuse」の中で、発表した方法でFig. 10に示される。

坂根氏によると、この方法は、Fig. 10の図版のみで説明文は解説しがたく、J=F. ニスロンが実際にこの技術を実現したのかどうかは判然としないとのことである。そこで、筆者は原典入手の努力に先立って、J=F. ニスロンの遠近法から加速遠近法、そして各種アナモルフォーズと尽きることのない好

奇心で更に、現代のモンタージュ写真方式の研究まで進めたこのような素晴らしい人物に感銘し、たった1枚の図版Fig. 10を頼りに、このような技術の理論的可能性と当時における実現可能性の両方の推測検証を試みた。Fig. 11は、筆者が図版の表示を解釈し、検討したものである。ネクタイ状の四角形と横長の五角形が16等分された放射線上に配置されている。四角形、五角形のなかの絵の部分は、それぞれ円の中心(O)を基準とした点対称の位置まで部分の絵がそのまま移動する。結局、中心(O)のまわりに新しい絵が出現する。この絵は多面体プリズムがはめ込まれている筒の前方から望遠鏡を覗くようにすると見ることができるものである。このような試みが実現されたのかどうかを検証するための模式図をFig. 12に示す。模式図に示される多面体プリズムは、簡単のためプリズムの先端部(四角形平面)の側面図とそれに続く五角形平面を22.5°回転した側面図を同じ図の中に同時に示してある。Fig. 10では、先端部の四角形平面の角度 α は、続く五角形平面の角度 β より大きい。この技術の要点は、筒の中にプリズムが装填されているので、集積絵は筒の前方から見ることになる。つまり、集積絵は、筒の内部を通り、筒の中心線に平行な光線束より構成される。模式図では、Fig. 10を参考に、 $\alpha \cong 60^\circ$ 、 $\beta \cong 40^\circ$ に設定し、プリズムガラスの屈折率 $n = 1.52$ として、推測検証した。屈折率 n が1.52とすると、ガラスの臨界角 $\theta_c \cong 41^\circ$ となり、プリズムの角度 θ として、 $(90^\circ - \theta \geq 41^\circ)$ $\theta \leq 49^\circ$ 。つまり、プリズム中心線に平行に入射する光線は、 49° より小さな先端角をもっているプリズムでは全反射する。この場合、五角形平面は、 $\beta \cong 40^\circ$ なので全反射の条件を満たしている。プリズム中心線より上側の絵はすべて筒の内部視界から消滅する。視界に入ることが可能な絵は、プリズム中心線から下側の絵が該当候補となる。また、四角形平面部の場合、角度は、 $\alpha \cong 60^\circ$ としているのでプリズムの中心に平行な光線は、全反射はしないが光線は、屈折によりプリズム中心線との平行性が崩れる。即ち、筒の中で光線は、消滅する。以上か

ら、模式図のようにスクリーン上の絵を配置すると、そのままプリズム中心線より下方のスクリーン上の絵は、中心線より上部へそのまま移動する。本模式図設定の条件で、プリズムとスクリーンの距離を1mぐらい、プリズムの直径を製作加工のことを考慮して、100mmぐらいに想定すると、ほぼ、Fig. 10の図版に見られるような集積絵は、十分実現可能と検証される。多面体プリズム製作に関しても、17世紀の初めに望遠鏡が発明されていることを考えれば、十分製作可能と思われる。

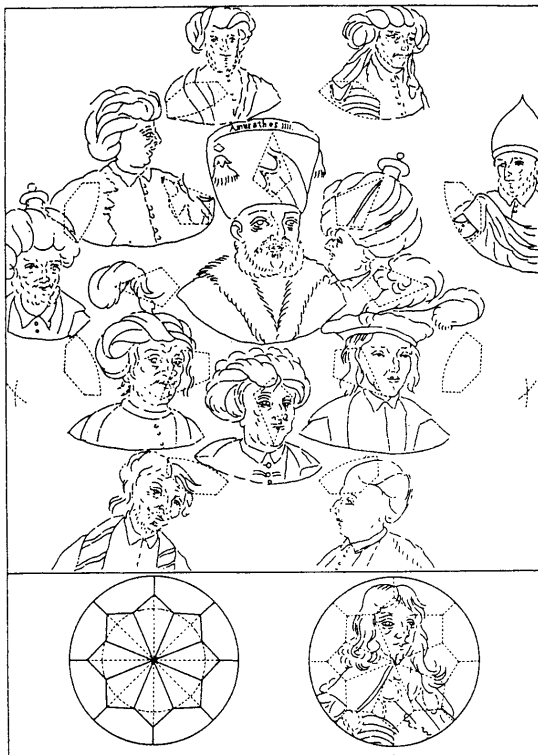


Fig. 10 J=F. ニスロンによる集積絵の説明図

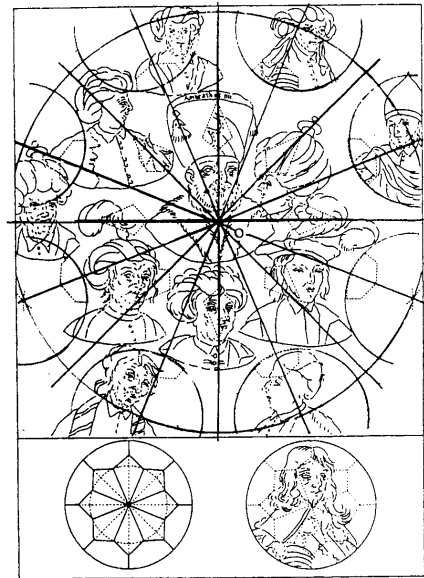


Fig. 11 スクリーン上の絵の検討図

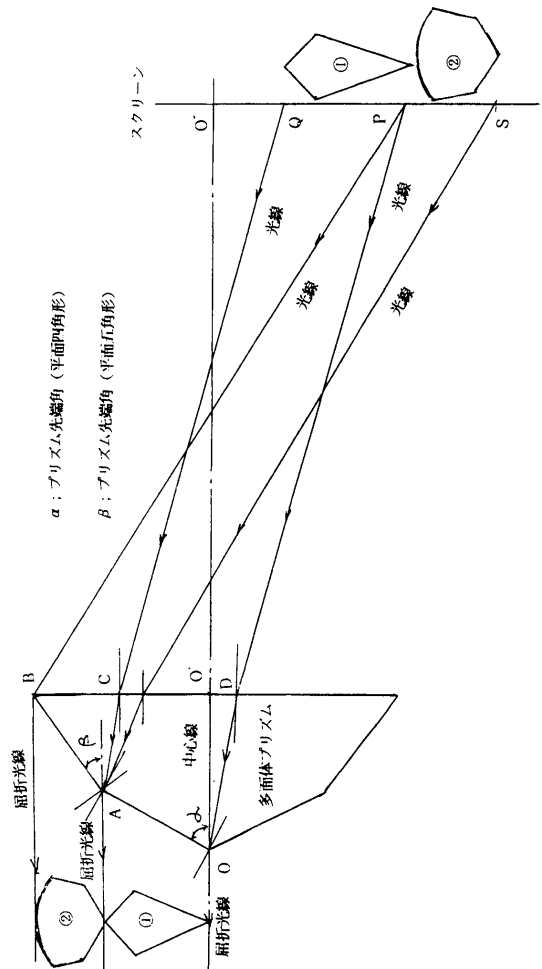


Fig. 12 多面体プリズムによる集積絵の検証模式図

7. 円筒鏡アナモルフォーズのプログラム例

```

program INPUT_CY ; (円筒鏡アナモルフォーズ: B I D A I 文字)
uses
  Graph, Crt;
const
  XO=250;YO=225;GR=100;L=25;
  Green =2;Red=4;Yellow=14;LightBlue=9;Dist=0.9;( X 軸の縮率 )
var
  GraphDriver, GraphMode, ErrorCode, N, GX, GX1, GY1, GX3, X, Y, j:integer;
  INPUT:text;FileName:string[12];
  X1, Y1, GY, R:real;
  Procedure xy_zahyou_mirror(N, L:integer);
  var
    L1, AY, T, X4, Y4:real;
    AY1, NO, N1, GX1, GX4, GY4:integer;
  begin
    For N:=-8 to 14 do
    begin
      L1:=L*Dist; GX1:=Round(N*L1);
      Line(XO+GX1, YO-2, XO+GX1, YO+2):( X 軸の目盛り)
    end;
    For N1:=-8 to 8 do
    begin
      Line(XO-2, YO-N1*L, XO+2, YO-N1*L):( Y 軸の目盛り)
      Line(XO, 1, XO, 395):Line(1, YO, 620, YO):( X 軸, Y 軸)
    end;
    For N:=-175 to 175 do
    begin
      NO:=Round(N*Dist);
      AY:=-N*(2*GR)+GR/2;AY1:=Round(AY);
      PutPixel(XO+NO, YO-AY1, Green); (放物線の表示)
    end;
    For N:=0 to 360 do
    begin
      T:=N*2*Pi/360;X4:=GR*COS(T);Y4:=GR*SIN(T)+GR/2;
      GX4:= Round(X4*Dist);GY4:=Round(Y4);
      PutPixel(GX4+XO, YO+GY4, Green); (近似円の表示)
    end;
  end ( of xy_zahyou_mirror);

Procedure cylinder_mirror_original(X, Y:real);
var
  Y1, GGY, X1, RR:real;
  GX, GY1, GY, GX1:integer;
begin
  GGY:=-X*(2*GR)+GR/2;
  RR:=GGY-Y+Sqrt(X*X+GGY*GGY);
  X1:=RR*X/Sqrt(X*X+GGY*GGY);
  if X<>0 then
  Y1:=GGY*X1/X else PutPixel(XO+GX, YO-GR+GY, Green);
  GY1:=Round(Y1);GX1:=Round(X1*Dist);
  PutPixel(XO+GX1, YO-GY1, Yellow);
  end(cylinder_mirror_original);

begin
  GraphDriver :=Detect;
  InitGraph(GraphDriver, GraphMode, 'A:\DRIVERS');
  ErrorCode :=GraphResult;
  if ErrorCode<>Grok then
  begin
    Writeln('Graphics error:',GraphErrorMsg(ErrorCode));
    Writeln('Program aborted...');
    Halt(1);
  end;
end;
( MAIN PROGRAM START )
begin
  xy_zahyou_mirror(N, L); ( PROCEDURE )
end;
Write('What is data_FileName ? ');
Readln(FileName);
ClrScr;
Assign(INPUT, FileName);
Reset(INPUT);
For j:=1 to 107 do
begin
  Read(INPUT, X, Y);GX3:=Round(X*Dist);
  PutPixel(XO+GX3, YO-Y, Red);
  GY:=-X*(2*GR)+GR/2;GX:=X;
  R:=GY-Y+Sqrt(GX*GX+GY*GY);
  X1:=R*X/Sqrt(GX*GX+GY*GY);
  if X<>0 then
  Y1:=GY*X1/X else PutPixel(XO+GX, YO-GR+Y, Green);
  GY1:=Round(Y1);GX1:=Round(X1*Dist);
  PutPixel(XO+GX1, YO-GY1, Yellow);
end;
Close(INPUT);
OutTextXY(420, 350, 'PRESS<RETURN>to quit:');
Readln;
CloseGraph;
End.

```

Fig. 13 シミュレーションプログラム例 (BIDAI 文字作画用)

Fig. 13に" 金沢美大" の4文字をドット表示で表すアナモルフォーズのプログラム例を示す。言語は、TURBO PASCALを使用した。今後は、C言語やVISUAL BASICに移植しながら、誰でも気軽にアナモルフォーズを楽しむことができるプログラムに改良していく予定である。

8. 結論

(1) 円筒鏡アナモルフォーズの変換式として、

①鏡像(虚像)を点P(X, Y)として、アナモルフォーズ(原像)を点P₁(x₁, y₁)とすると、

$$\begin{cases} x_1 = \frac{RX}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \\ y_1 = \frac{Y_0 X_1}{X} \end{cases}$$

但し、 $x_0 = X$, $y_0 = -\frac{X^2}{2r_0} + \frac{r_0}{2}$

$R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ つまり、

$R = y_0 - Y + \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$

である。

②原像をP₁(x₁, y₁)とすると、鏡像P(X, Y)は、

$$\begin{cases} X = \frac{-r_0 y_1 + r_0 \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{x_1} \\ Y = \frac{y_1}{x_1} X - R + \frac{X}{x_1} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \end{cases}$$

である。

(2) 円筒鏡アナモルフォーズのシミュレーションをいろいろな条件下で行い、アナモルフォーズの特徴を考察して、その一部をFig. 4~Fig. 7に示した。また、ソフトステレスの薄板で、円筒鏡や放物柱鏡を製作し、シミュレーションしたアナモルフォーズを実際に検証してその妥当性を確認した。

(3) 江戸時代に日本にも円筒鏡アナモルフォーズがいち早く、ヨーロッパより伝えられ、" 鞆絵"

と称され、鏡面仕上げされた漆塗りの刀の鞘を円筒鏡のかわりに使用した。鞘絵を観察すると、日本では作図方法に対して理論的に解析研究された形跡がみられない。

- (4) J=F. ニスロン考案の多面体プリズム使用の仮称"集積絵"を模式図を作成して、理論的に推測検証し、その実現性も考察した。その結果、その当時に実現されていた可能性が得られたので、今後、研究を継続してその原典調査と考案の再現を試みたい。

【注】

- 1) 金沢美術工芸大学紀要第37号(1993年)；第2報. 第39号(1995年)；第3報. 第40号(1996年)；第4報. 第41号(1997年)；第5報.
- 2) 井村俊一：図学教育へのパーソナルコンピュータの利用について(2) —歪絵とパーソナルコンピュータ—金沢美術工芸大学紀要第37号(1993年)。
- 3) JURGIS BALTRUSAITIS : ANAMORPHOSES ou Thaumaturgus opticus (FLAMMARION, Paris, 1984年) 日本語訳：高山宏"アナモルフォーズ(光学魔術)" 1992年, 国書刊行会。
- 4) 井村俊一：図学教育へのパーソナルコンピュータの利用について(3) —歪絵の厳密解析についての考察—金沢美術工芸大学紀要第39号(1995年)。
- 5) 坂根巖夫：「遊びの博物誌」の落穂から。数学セミナー(3-77), p30~, (1977) 3月号
- 6) J=F. ニスロン；La Perspective Curieuse (1679年)。
- 7) 稲垣進一編著、福田繁雄監修；江戸の遊び絵(1988年) 東京書籍。

【図版出典】 同上；江戸の遊び絵より

- 8) 鏡中図 "琵琶を奏でる船上の美女と馬を引く若者" (墨摺筆彩) 図版71. P58.
- 9) 一猛斎芳虎、弘化4年—嘉永5年(1847~1852)頃"風流さや絵(花魁)" 版元未詳；図版6. P7.

(平成9年11月7日受理)