

# 図学教育へのパーソナルコンピューターの 利用について(3)

——歪絵の厳密解析についての考察——

井村 俊一

## 1. はじめに

前回の報告の中で、初めて円筒アナモルフォーズの絵画に出会い、この題材を図学の講義の中で演習課題に利用できないかと思ひ立ち、また、その絵画の説明の中に、「この円筒アナモルフォーズの技法は明らかにされていない。」という文章に興味をそそられ、その解析を進めた。そして円筒鏡による実験とそこに映る鏡像（虚像）との関係で、概略的な理論解析による手法を提案した。その手法は円筒アナモルフォーズによる歪絵の下書用としては十分実用的である。ただし、円筒鏡に近い部分は歪率が大きいので、円筒鏡の直径の大きさだけ、中心から離れた扇形状部分を理論式不適範囲として除外した。

前回の報告の後で、アナモルフォーズを歴史的にも技法的にも詳細に解説している“バルトルシャイティスによる”「アナモルフォーズ（光学魔術）」の存在を知った。その書物で、アナモルフォーズを大略的に分類すると

{ (1)ダイレクトタイプの平面アナモルフォーズ（視角アナモルフォーズ）  
(2)反射光学的アナモルフォーズ  
が考えられる。そして、反射光学的アナモルフォーズには

{ ○円筒鏡アナモルフォーズ  
○円錐鏡アナモルフォーズ  
○ピラミッド鏡アナモルフォーズ がある。

アナモルフォーズの技法としては、ダイレクトタイプの形式は遠近法の理論で、説明が可能で、反射光学的アナモルフォーズでも、円錐鏡アナモルフォーズやピラミッド鏡アナモルフォーズはフェルマーの原理に基づく幾何光学理論で説明可能で、解決済である。ところが、円筒鏡アナモルフォーズに

関しては、17世紀の前半頃から、20世紀の後半頃まで、幾多の技法が考案され、創作がおこなわれていて、一応実用的にはほぼ満足できる結果となっているが、常にその技法解析の中で「この技法は完全ではない。」「厳密ではない。」「正確ではない。」というただし書きが付記されていた。この付記の存在によって、あるいはこのような技法や考案の存在が殆んど世に知られていなかった。という理由で、バルトルシャイティスの著作を借れば、1630年代～1980年代まで、幾多の画家、研究家、はたまた好事家が、その時その時ゼロから研究をスタートし、ある人は光学理論から論じ、またある人は独特な器具を考案して、それを実践して創作したり、時代が進めば計算機を利用したり、コンピューターを利用したりして技法を実践する。技法的には実用上ほぼ満足のいく結果が得られることをささえとして、それぞれ、同じような結論に到達している。ただし、検証すると理論的にはそれぞれ厳密さを欠くものである。このことから考えると、筆者の前回の報告もその一例であろう。

本報では、バルトルシャイティスの著作に紹介されている技法について吟味解析し、それぞれの不備を考察し、厳密な理論解析に耐えられる技法の可否や、何故、何百年も研究者が限られているとはいえ、解明されなかったかを検証する。

## 2. 円筒鏡アナモルフォーズの歴史的理論及び技法の分類

円筒鏡アナモルフォーズの技法の共通な考え方の特徴は Fig. 1 に示されるように、歪絵と正しい絵との関係を扇形状格子と方眼格子を基礎として描くものである。そこで、扇形状格子の作成の方法をどのような手法でおこなうか。またその扇形状格子と円

筒鏡の位置関係。その結果、方眼格子（鏡像部）が得られるか。などがポイントとなる。

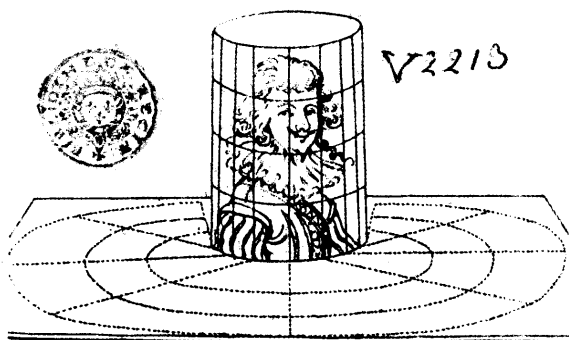


Fig. 1 アナモルフォーズ鏡、ルイ 13 世  
I. L. ヴォールザール。1630 年頃<sup>2)</sup>

(1) Fig. 2 のタイプは Fig. 3 で、 $J=F$ 。ニスロン、

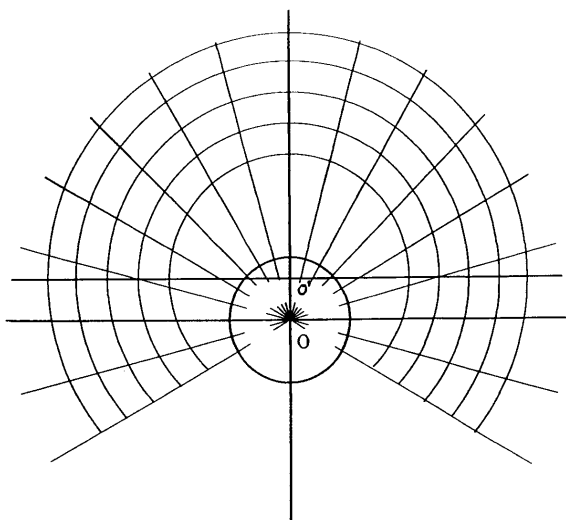


Fig. 2 扇形状格子の作成方法 I  
(二重中心法)

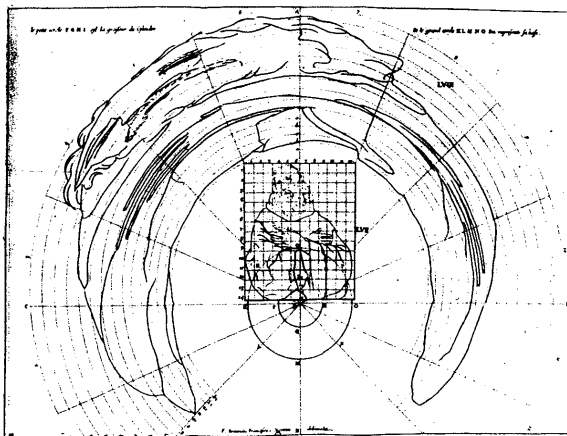


Fig. 3  $J=F$ 。ニスロン、パオラの聖フランチェスコの円筒  
アナモルフォーズ。1638 年<sup>3)</sup>

パオラの聖フランチェスコ (1638年) の円筒アナモルフォーズであり、Fig. 4 アタナシウス・キルヒャーの円筒アナモルフォーズ (1646年) もこのタイプと推定される。扇形状格子を構成する同心円群の中心と放射状線の中心が異なる方法である。便宜的に二重中心法と名づける。

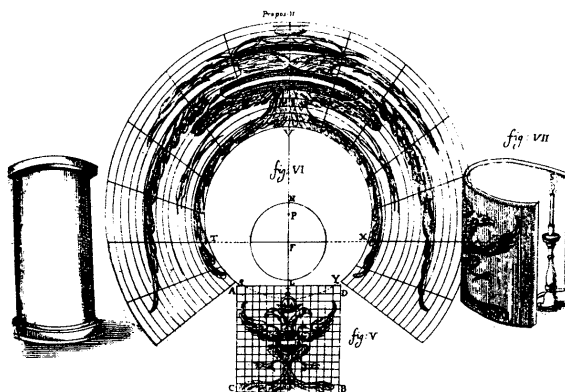


Fig. 4 アタナシウス・キルヒャーの円筒アナモルフォーズ。1646 年<sup>4)</sup>

(2) Fig. 5 のタイプは Fig. 6 で、デュ・ブルイユ師の円筒アナモルフォーズ (1649年) の幾何学実践XIIIの技法である。扇形状格子の同心円群の中心と円筒鏡の中心を一致させ、放射状線の中心を異なるもの

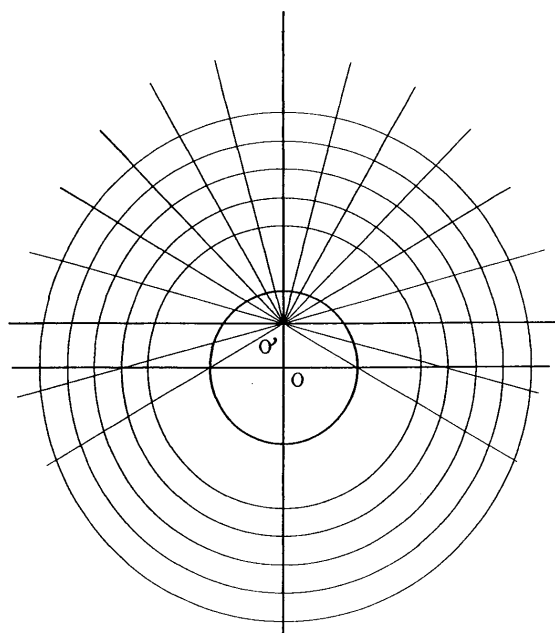


Fig. 5 扇形状格子の作成法 II  
(二重中心法)

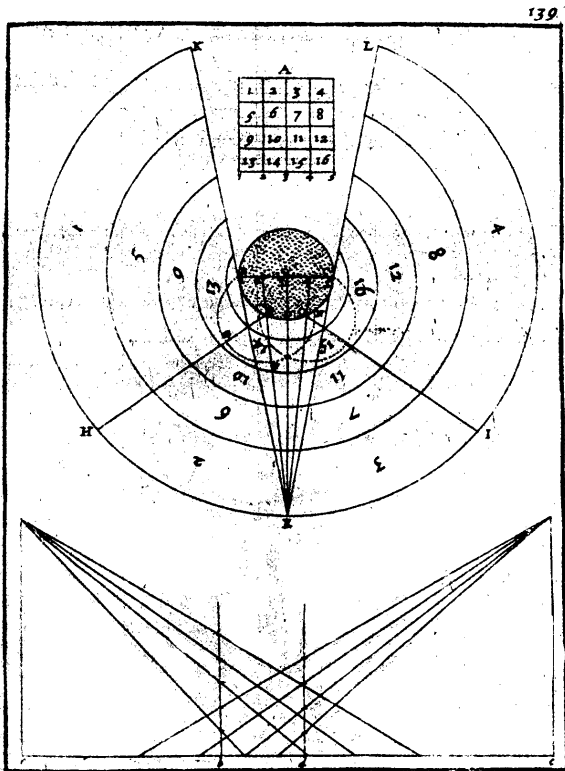


Fig. 6 デュ・ブレイユ師、円筒アナモルフォーズの幾何学。  
1649年<sup>5)</sup>

とする方法である。二重中心法である。

(3) Fig. 7のタイプはFig. 8で、P. エリゴヌの円筒アナモルフォーズの幾何学(1637年)に見られる方法である。扇形状格子の同心円群の中心と放射状線の中心は一致するが、円筒鏡の中心は異なる。二重中心法である。

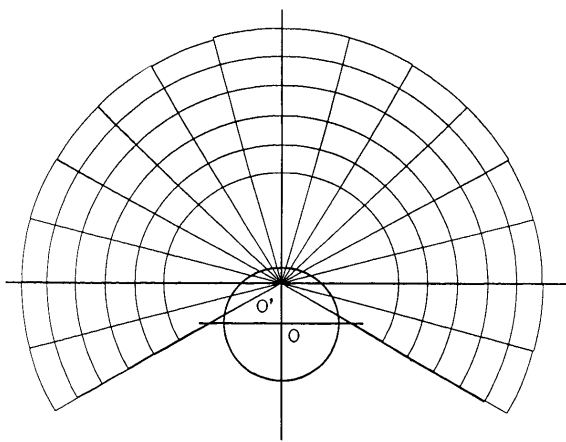


Fig. 7 扇形状格子の作方法III  
(二重中心法)

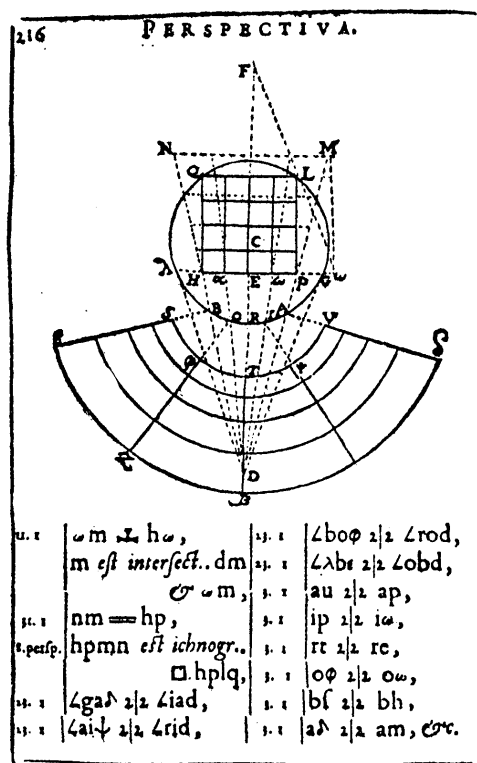


Fig. 8 P・エリゴヌ、円筒アナモルフォーズの幾何学。  
1637年<sup>6)</sup>

(4) Fig. 9のタイプはFig. 10で、J=F. ニスロン円筒アナモルフォーズ(1638年)の幾何学、命題IVの技法図から、推定されるものである。(2)のタイプと(3)のタイプの合成型と考えられる。二重中心法である。

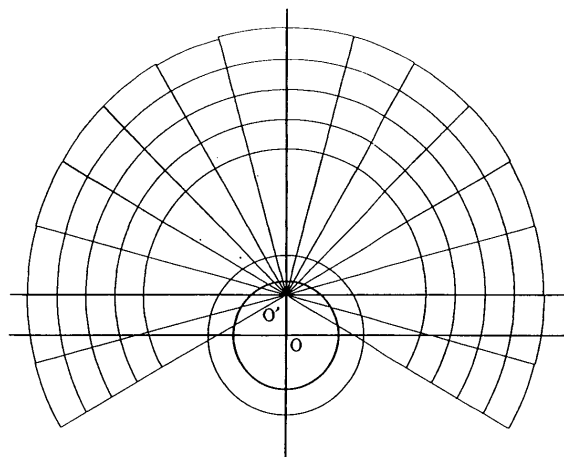


Fig. 9 扇形状格子の作成法IV  
(二重中心法)

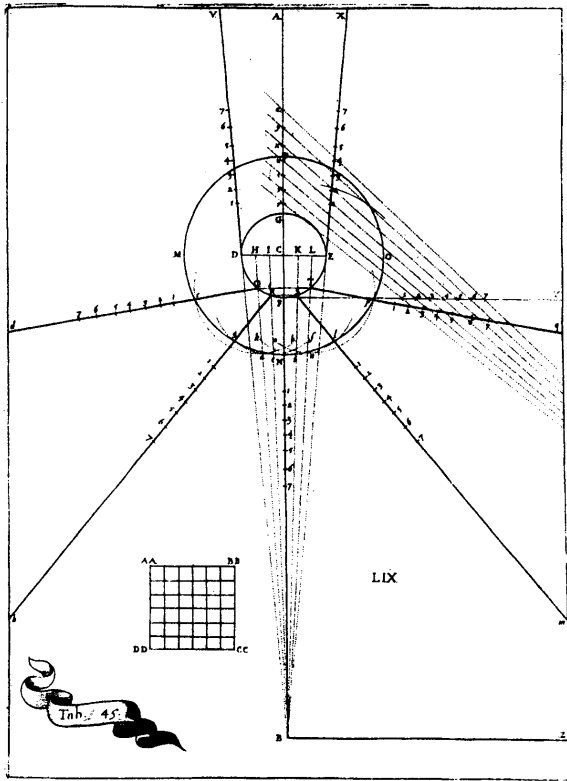


Fig. 10 J=F. ニスロン、円筒アナモルフォーズの幾何学。1638年<sup>7)</sup>

(5) Fig. 11のタイプは Fig. 12で、ミッシェル・パレとマンフレッド・モール、コンピューターによる蟹の円筒アナモルフォーズ (1974年) が推定される。Fig. 13の R. J. マスターズによる計算機による円筒鏡アナモルフォーズ (1981年) もこのタイプと考えられる。扇形状格子で、同心円群の中心、放射状線

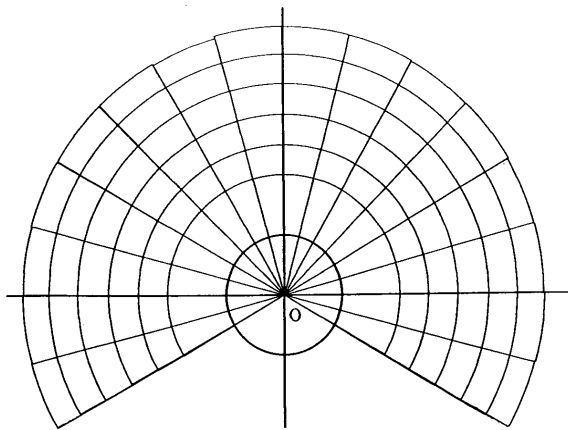


Fig. 11 扇形状格子の作成法V (一中心法)

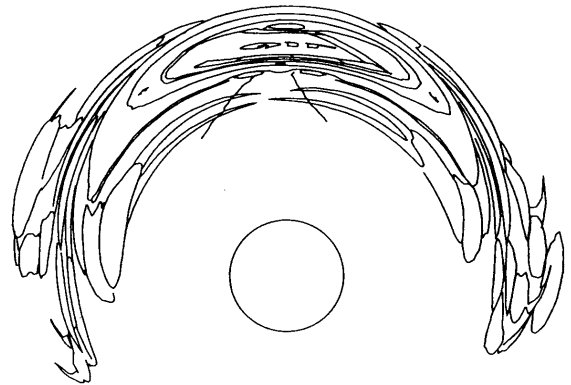


Fig. 12 ミッシェル・パレとマンフレッド・モールのコンピューターによる蟹の円筒アナモルフォーズ。1974年<sup>8)</sup>

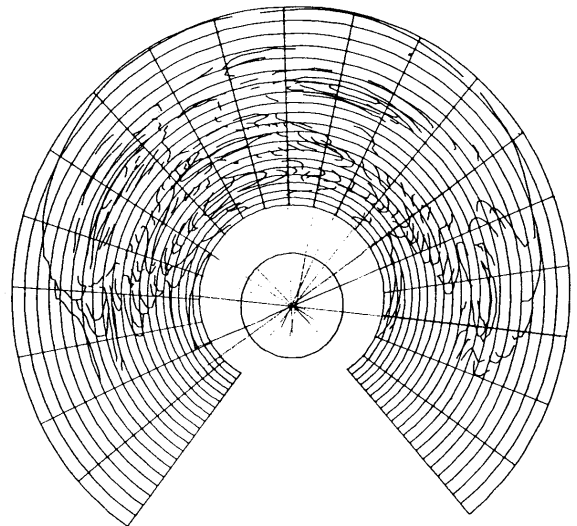


Fig. 13 R. J. マスターズ、計算機による円筒鏡アナモルフォーズ。1981年<sup>9)</sup>

の中心が一致し、円筒鏡の中心も前者に一致させる方法である。一中心法である。筆者の前回の報告もこのタイプである。特徴は計算機や、コンピューターを使用していることで、コンピュータープログラミングの観点から、取扱いが容易である。また、円筒鏡の周囲360°の範囲に歪絵を展開するとき、技法的に利用し易い。

(6) Fig. 14のタイプは Fig. 15で、R. J. マスターズの円筒アナモルフォーズ (1981年) の幾何学の技法で、扇形状格子の作成で、同心円群を用いず、かわりにパスカルの蝸牛線を使い、放射状線の中心は、円筒鏡の中心とは異なる。Fig. 16の J=L. ヴォール

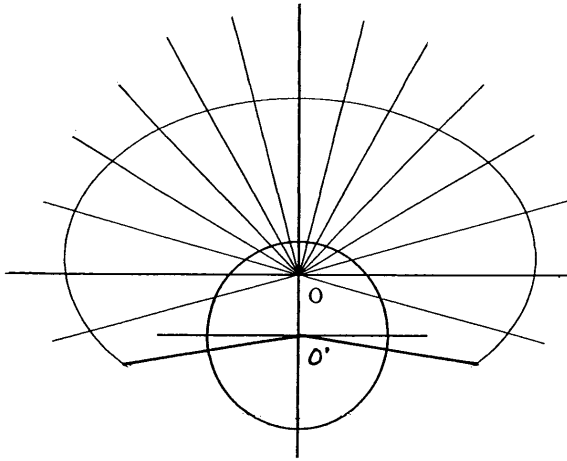


Fig. 14 扇形状格子の作成方法VI  
(二重中心法)

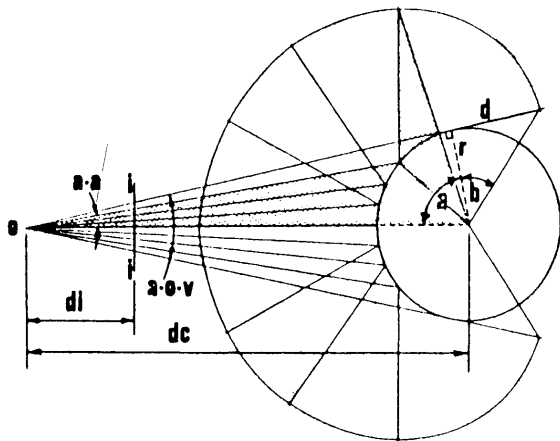


Fig. 15 R. J. マスターズ、円筒アナモルフォーズの幾何学。  
1981年<sup>10)</sup>

ザールの円筒アナモルフォーズ (1630年) の幾何学の技法に、蝸牛線の使用を除いてよく似ている。

以上の6つのタイプが考察される。それぞれの技法を検討すると、推定では、最初に(5)のタイプを考えるが、実験すると誤差が出てくる。そこでいろいろ試行錯誤を繰返し、同心円群の中心や放射状線の中心などを円筒鏡の中心に一致させない二重中心法を発見したのであろう。(1)~(4)のタイプは考案者の努力による二重中心法のヴァリエーションである。このような歴史的な努力が繰返されたにもかかわらず、歪絵技法の精度が完全にはならなかった。1981年 R. J. マスターズの(6)のタイプはこのような状況

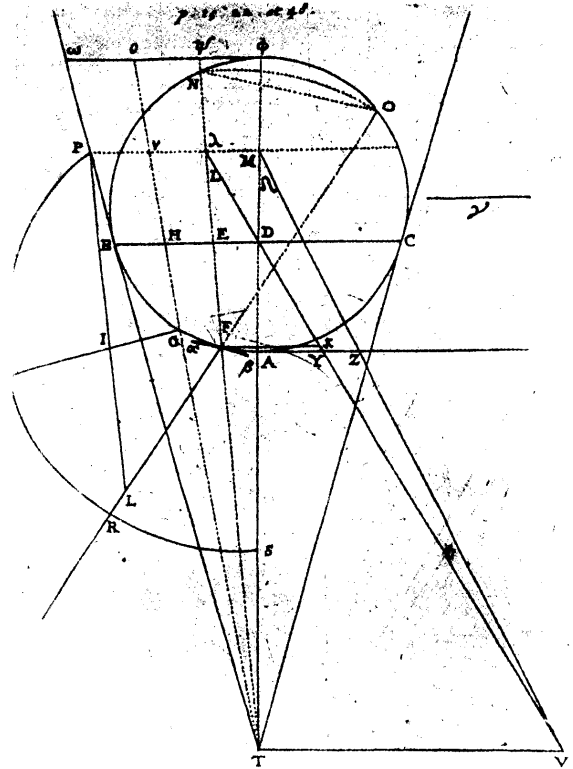


Fig. 16 I. L. ヴォールザール。円筒アナモルフォーズの幾何学。1630年頃<sup>11)</sup>

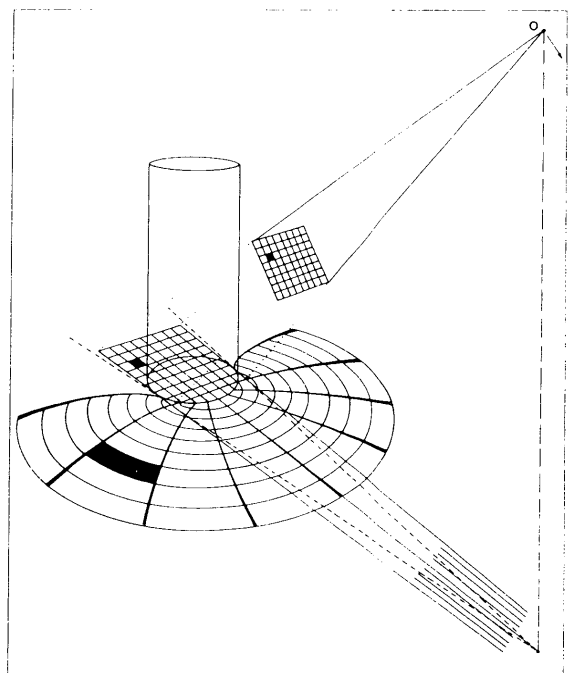


Fig. 17 ノエル・プロッティ、円筒アナモルフォーズの幾何学。1982年<sup>12)</sup>

を打破する為に、パスカルの蝸牛曲線を使う技法で、実験などの試みにより、同心円群では解決しない状況から思いついたものであろう。描くには困難を伴う、パスカルの蝸牛曲線を使った二重中心法の試みも理論的には完全ではなかった。技法を全体的に概観すると、二重中心法にしても、何故、どれだけ中心位置を離すか。蝸牛曲線にしても何故、蝸牛曲線なのか。明確な説明がない。技法そのものが、試行錯誤の結果から考案されたものであろうから、やむえない結果かもしれない。円筒アナモルフォーズを考察する時、その困難さは、Fig. 17ノエル・ブロッティが円筒アナモルフォーズ（1982年）の幾何学で示しているように、「円筒アナモルフォーズは原像の円筒鏡による鏡像（虚像）変換と、その鏡像を一定の高さや方向の視点から見る透視投象変換という2段階の歪みの組合せで成立している。」ことに起因していると考えられる。

### 3. 円筒鏡アナモルフォーズの理論解析 I

円筒鏡アナモルフォーズの共通特徴、扇形状格子を方眼格子に完全変換するための曲面鏡の具備すべき条件を考察する。基準になる曲面鏡として円筒鏡を採用する。

Fig. 18で入射光線  $\overrightarrow{AP}$  は円の中心に向うので、反射の法則により、そのまま、反射光線  $\overrightarrow{PA}$  となり、単に向きを変えるだけである。それ故 AP の鏡像は Y 軸に平行にはならない。鏡像が Y 軸に平行になるためには曲面鏡の条件は、 $\angle APR = \angle RPU'$  である。

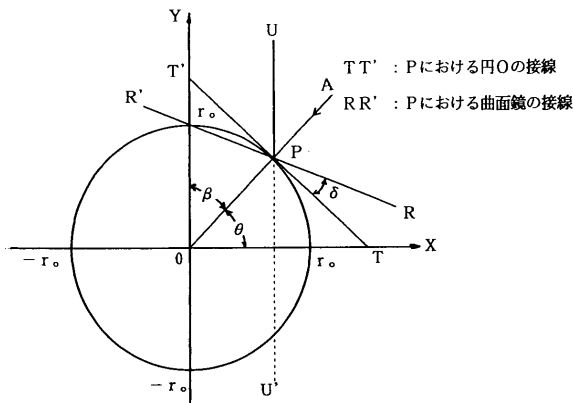


Fig. 18 解析用座標図 I

$$\angle YOP = \beta, \angle POX = \theta$$

接線 RR' と TT' のなす角を  $\delta$  とすると

$$\begin{cases} \theta + \beta = \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots ① \\ 2(\theta + \delta) + \beta = \pi \dots\dots\dots ② \end{cases} \quad \text{より}$$

$$\delta = \frac{\beta}{2} \text{となる。}$$

即ち、目的の曲面鏡の形状は P 点における接線が、円筒鏡の場合に対して、 $\frac{\beta}{2}$  だけ、回転したものである。

### 4. 円筒鏡アナモルフォーズの理論解析 II

理論解析 I の結果より、曲面鏡の形状曲線を考察する。Fig. 19のように座標をとる。目的の曲面鏡の形状曲線を  $y = f(x)$  とする。

条件より

$$f'(x) = -\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{\tan\frac{\theta}{2} - 1}{1 + \tan\frac{\theta}{2}} \dots\dots\dots ③$$

$$\frac{f(x)}{x} = \tan\theta = \frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1 - \tan^2\frac{\theta}{2}} \dots\dots\dots ④$$

簡単のため

$$\tan\frac{\theta}{2} = A \text{ とおくと} \\ f'(x) = \frac{A-1}{A+1} \dots\dots\dots ③'$$

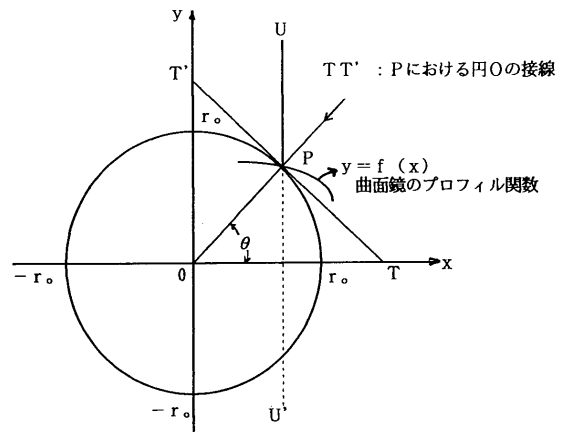


Fig. 19 解析用座標図 II

$$\therefore A = \frac{1+f'(x)}{1-f'(x)} \dots\dots\dots ⑤$$

また

$$\frac{f'(x)}{x} = \frac{2A}{1-A^2} \dots\dots\dots ④'$$

$$f(x) - f(x)A^2 - 2Ax = 0 \dots\dots\dots ⑥$$

⑤を⑥に代入すると

$$f(x) - f(x) \left\{ \frac{1+f'(x)}{1-f'(x)} \right\}^2 - 2 \left\{ \frac{1+f'(x)}{1-f'(x)} \right\} x = 0 \dots\dots\dots ⑥'$$

ここで、 $y=f(x)$  から、 $p = \frac{dy}{dx} = f'(x) = f'$  とおいて

$$f \{1-2f'+(f')^2\} - f \{(f')^2+2f'+1\} - 2 \{1-(f')^2\} x = 0$$

$y=f(x)=f$  より

$$y(1-2p+p^2) - y(p^2+2p+1) - 2(1-p^2)x = 0$$

$$\therefore y = \frac{(p^2-1)}{2p} x \text{ となる。}$$

ここで、 $p' = \frac{dp}{dx}$  とおいて

$$\frac{dy}{dx} = p = \frac{d}{dx} \left\{ \frac{(p^2-1)}{2p} x \right\} \text{ で}$$

$$p^3 + p - p^2 p' x - x p' = 0$$

$$(p^2+1)(p-xp') = 0$$

$p^2+1 \neq 0$  より

$$p = xp' \quad \therefore p' = \frac{p}{x} \text{ となる。}$$

$$p' = \frac{dp}{dx} = \frac{p}{x} \text{ だから、} \frac{dp}{p} = \frac{dx}{x} \text{ と変形して、両}$$

辺を積分し、積分定数を  $C_0$  として

$$\int \frac{dp}{p} = \int \frac{dx}{x} + \log C_0 \text{ となる。}$$

$\log p = \log x + \log C_0$  即ち、 $p = C_0 x$  となる。

初期条件  $x=0, p=0$  つまり、 $\frac{dy}{dx} = 0$

境界条件  $x = \pm r_0, p = \mp 1$  つまり、 $\frac{dy}{dx} = \mp 1$  をいれると、 $C_0 = \frac{-1}{r_0}$  となる。ここで境界条件とは、たとえば直線  $y=0 (x \geq 0)$  の鏡像が  $x=r_0 (y \leq 0)$  になるための条件で、初期条件  $x=0$  のとき  $\frac{dy}{dx} = 0$  は  $x=0$  のときの接線が  $x$  軸と平行になることを示す。

$p = \frac{-x}{r_0}$  つまり、 $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{r_0} x$  ここで、 $dy = \frac{-1}{r_0} x dx$  と変形して積分し、積分定数を  $C_1$  とおくと

$$\int dy = \int \frac{-1}{r_0} x dx + C_1$$

即ち、 $y = -\frac{1}{2r_0} x^2 + C_1$  となり、放物線を示している。

境界条件  $x = \pm r_0$  のとき、 $y=0$  を入れると

$$C_1 = \frac{r_0}{2} \text{ となる。そして}$$

$$y = -\frac{1}{2r_0} x^2 + \frac{r_0}{2} \text{ となる。}$$

この放物線の形状をした曲面鏡が原点  $O$  を中心とした放射状線を鏡像として、 $y$  軸に平行な直線に変換する。目的の曲面鏡は円筒鏡ではなくて、放物柱鏡である。

[検討 I]

$y = \frac{-x^2}{2r_0} + \frac{r_0}{2}$  の形状をした、放物柱鏡は原点  $O$  を中心とした放射状線を  $y$  軸に平行な鏡像として、変換するが、ここでは、原点  $O$  を中心とした、同心円群(実際には半円群)が、この放物柱鏡で、 $x$  軸に平行な直線群に変換されるかを検討する。そのため、Fig. 20のように座標をとり、円:  $x^2 + y^2 = r_0^2 (y \geq 0)$  の半円が鏡像として、 $y=0 (-r_0 \leq x \leq r_0)$  になるか

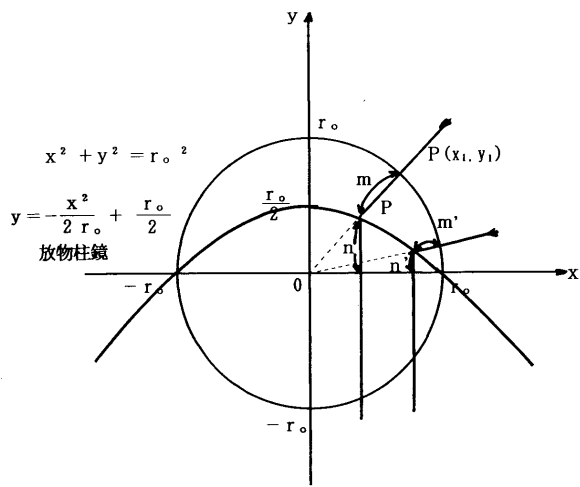


Fig. 20 検討用座標図III

どうかを確かめる。その条件は  $m=n$ 、 $m'=n'$  となる必要がある。放射状線を  $y=ax$  ( $a$ : 定数) として、放物線との交点を  $P(x_1, y_1)$  とする。

$$\begin{cases} y = -\frac{x^2}{2r_0} + \frac{r_0}{2} & (y \geq 0) \\ y = ax & (y \geq 0) \end{cases} \text{を解くと}$$

$$\begin{cases} x_1 = -ar_0 + r_0\sqrt{a^2+1} \\ y_1 = -a^2r_0 + ar_0\sqrt{a^2+1} \end{cases} \text{となる。}$$

$P(x_1, y_1)$  と原点  $O$  との距離を  $r$  ( $r \geq 0$ ) とすると

$$r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \text{ となる。}$$

$$r^2 = (a^2+1)r_0^2(\sqrt{a^2+1}-a)^2 \text{ だから}$$

$$r = r_0(\sqrt{a^2+1}-a)\sqrt{a^2+1}$$

$$m = r_0 - r = r_0\{1 - (\sqrt{a^2+1}-a)\sqrt{a^2+1}\}$$

$$n = y_1 = -a^2r_0 + ar_0\sqrt{a^2+1} \text{ これより}$$

$$m - n = 0 \text{ となる。}$$

これで、 $x^2 + y^2 = r_0^2$  ( $y \geq 0$ ) の半円の鏡像は  $y=0$  ( $-r_0 \leq x \leq r_0$ ) となることが、検証された。

求められた放物柱鏡は扇形状格子 (中心を  $O$  とする。) を縦横、 $y$  軸、 $x$  軸となる方眼格子に鏡像として、変換することが証明された。

17世紀~20世紀まで、円筒アナモルフォーズの研究がなされてきたが、彼等の求めていた厳

密解は扇形状格子を前提とする限り、放物柱鏡である。

### 5. 円筒鏡アナモルフォーズの考察

以上の解析により、求める曲面鏡は円筒鏡ではなくて、放物柱鏡であることが理解されるが、放物柱鏡は製作が困難である。そこで実用的には製作容易な円筒鏡で近似することが課題となる。Fig. 21を参照して、放物線  $y = -\frac{1}{2r_0}$

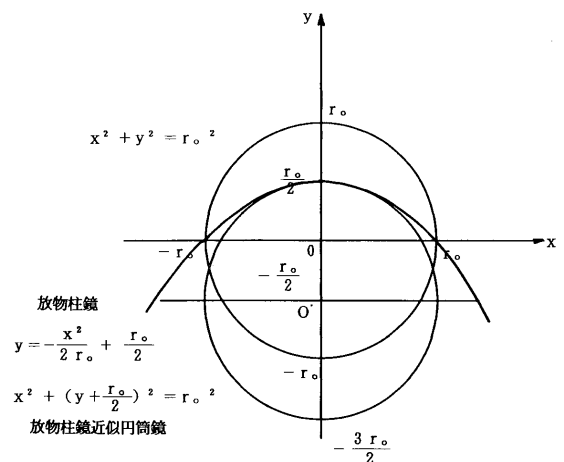


Fig. 21 放物柱鏡に近似させた円筒鏡 (放物線先端部を重視)

$x^2 + \frac{r_0}{2}$  の焦点は原点  $O$  である。この放物線に近似される円として、ここでは、 $y$  軸近傍の近似度を優先して提案するものと、 $x = \pm r_0$  の附近の接線を重視 (境界条件  $\frac{dy}{dx} = \pm 1$ ) して近似円を提案する二つの場合について考える。前者の場合は焦点その他に注目して近似円は  $x^2 + (y + \frac{r_0}{2})^2 = r_0^2$  ( $y \geq 0$ ) が提案される。また、後者の場合、 $x^2 + (y + r_0)^2 = 2r_0^2$  ( $y \geq 0$ ) の近似円が提案される。

(1)  $x^2 + (y + \frac{r_0}{2})^2 = r_0^2$  ( $y \geq 0$ ) の場合、Fig. 22を参照する。考察の便宜上、 $x$  軸を  $\frac{r_0}{2}$  だけ座標移動し、

$$\text{放物線を } y = -\frac{x^2}{2r_0} + r_0 \text{ ( $y \geq 0$ ) とすると}$$

近似円は、 $x^2 + y^2 = r_0^2$  ( $y \geq 0$ ) となる。

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi \text{ を放物線に代入すると}$$



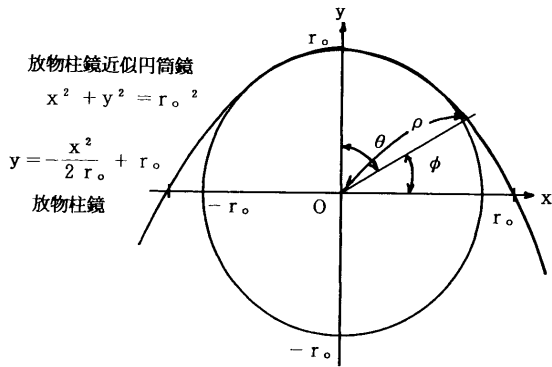


Fig. 22 放物柱鏡と円筒鏡の近似度解析座標図

$\rho \sin \varphi = -\frac{\rho^2 \cos^2 \varphi}{2r_0} + r_0$ , ここで、 $\rho = r_0(1 + \delta)$  とおくと

$$2r_0^2(1 + \delta) \sin \varphi + r_0^2(1 + \delta)^2 \cos^2 \varphi - 2r_0 = 0$$

$2(1 + \delta) \sin \varphi + (1 + \delta)^2 \cos^2 \varphi - 2 = 0$  ここで簡単のため、 $1 + \delta = B$  とおくと

$$B^2 \cos^2 \varphi + 2B \sin \varphi - 2 = 0$$

$\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$  より、 $\cos^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi$

$$B^2(1 - \sin^2 \varphi) + 2B \sin \varphi - 2 = 0$$

$$B = \frac{-\sin \varphi \pm \sqrt{2 - \sin^2 \varphi}}{1 - \sin^2 \varphi} \quad \text{ここで}$$

$\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$  から  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$  の角度変換をして

$$B = \frac{-\cos \theta \pm \sqrt{\cos^2 \theta + 2\sin^2 \theta}}{\sin^2 \theta}, \quad B \geq 0 \text{ を考えて}$$

$$B = \frac{-\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta + 2\sin^2 \theta}}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + \delta = 1 + \frac{1}{8} \sin^4 \theta + \frac{7}{128} \sin^8 \theta + \dots$$

$$\delta = \frac{1}{8} \sin^4 \theta + \frac{7}{128} \sin^8 \theta + \dots \quad \text{となる。}$$

$$\Delta \rho = \rho - r_0 = r_0(1 + \delta) - r_0 = r_0 \delta \quad \text{より}$$

$$\Delta \rho = r_0 \left( \frac{1}{8} \sin^4 \theta + \frac{7}{128} \sin^8 \theta + \dots \right)$$

$\Delta \rho$  は放物線と円との近似誤差である。

誤差を検証するため第一項のみをとって計算すると

$\theta = 0$ のとき	$\sin 0 = 0$	$\Delta \rho = 0$
$\theta = \frac{\pi}{6}$	$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{8} \sin^4 \frac{\pi}{6} = 7.8 \times 10^{-3}$
$\theta = \frac{\pi}{4}$	$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{8} \sin^4 \frac{\pi}{4} = 3.1 \times 10^{-2}$
$\theta = \frac{\pi}{3}$	$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{8} \sin^4 \frac{\pi}{3} = 7.0 \times 10^{-2}$
$\theta = \frac{\pi}{2}$	$\sin \frac{\pi}{2} = 1$	$\frac{1}{8} \sin^4 \frac{\pi}{2} = 1.3 \times 10^{-1}$

視点の位置を  $y$  軸方向におき、円筒鏡を見ると、鏡像の見える範囲としては、高々  $\theta = \frac{\pi}{3}$  ぐらいで十分だと考えられるので、たとえば、展示会用に大型の円筒鏡を使用したとしても  $r_0 = 50\text{cm}$  ぐらいであろう。とすれば、 $\theta = \frac{\pi}{3}$  で  $\Delta \rho = 50 \times 0.07 = 3.5\text{cm}$  であり、実用的には問題はないと考えられる。ただ扇形状格子の  $x$  軸に近い部分の変換誤差が大きくなるので、歪絵を描く時、注意を要する。

(2)  $x^2 + (y + r_0)^2 = 2r_0^2$  ( $y \geq 0$ ) の場合

Fig.23を参照すると、この近似円筒鏡は歪絵が  $x$  軸付近では適合するが、 $y$  軸附近の歪絵には誤差が大きくなる。

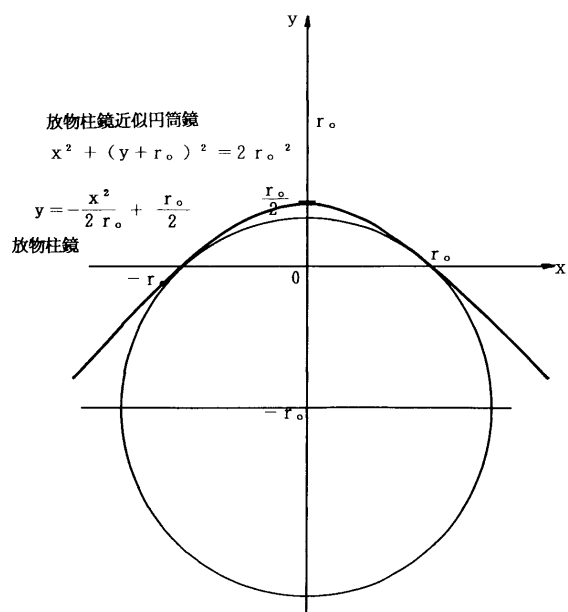


Fig. 23 放物柱鏡に近似させた円筒鏡 ( $x = \pm r_0$  近辺を重視)

[検討II]

(1)円筒鏡を使用の場合、歪絵の範囲は Fig. 24の E を視点として、斜線部を除いた範囲が対象となる。

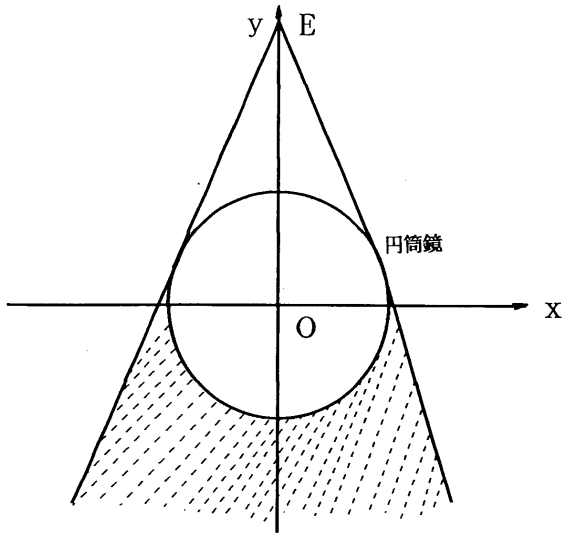


Fig. 24 円筒鏡原像の視野

- (2)本報の解析による理論の適用範囲は、放物柱鏡であれ、円筒鏡であれ、 $y \geq 0$  の範囲が対象で、 $y < 0$  の部分の歪絵については方眼格子に変換されず、理論適用範囲の歪絵からの連続性に注目して、歪絵を描く必要がある。
- (3)本報の理論解析は放物柱鏡、及び円筒鏡による鏡像変換が主題で、鏡像変換された像には視点の位置による透視投影変換がおこる。たとえば、方眼格子を考えても視点の位置が高ければ方眼格子のます目は大きくなる。歪絵の鑑賞という観点から見ると、鏡像の大きさが適当に見える視点を考えれば、透視投影変換による歪は小さく、問題とはならない。

6. 結論

- (1)扇形状格子を方眼格子に変換をおこなうためには放物柱鏡が厳密解である。その形状は  $y = \frac{-x^2}{2r_0} + \frac{r_0}{2}$  ( $y \geq 0$ ) (Fig. 25を参照。)
- (2)放物柱鏡の製作困難から近似的に円筒鏡を使う場合、Fig. 26に示される円筒鏡の位置がふさわ

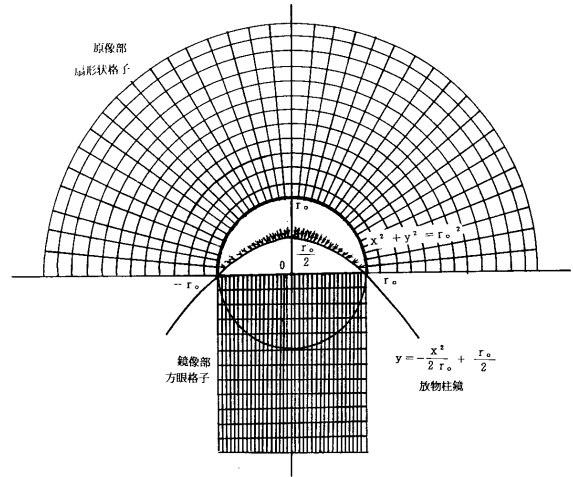


Fig. 25 扇形状格子 (原像部) と方眼格子 (鏡像部) の変換関係

しい。(二重中心法になる。) 円筒鏡の位置が二重中心法の理論的根拠となる。過去の研究者はこのことについて実験的結果をたよりに、試行錯誤をしたものと思われる。

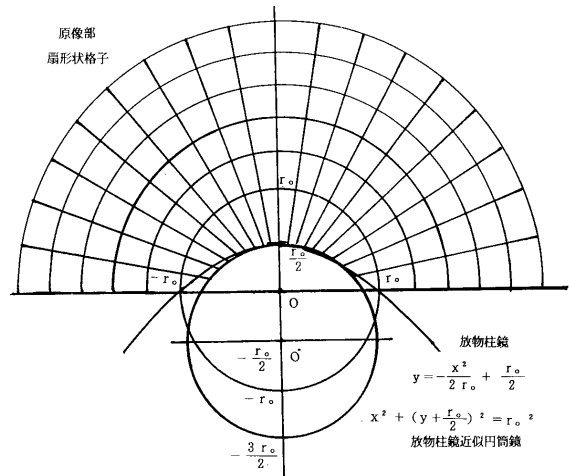


Fig. 26 放物柱鏡近似円筒鏡 I

- (3)  $x = \pm r_0$  附近での放物柱鏡に近似させた円筒鏡を Fig. 27に示す。
- (4)筆者の前の報告では理論式不適範囲が円筒鏡の前面に存在したが、本報では Fig. 28のように、前面に不適範囲は存在しなくてやはり扇形状格子は方眼格子に変換される。

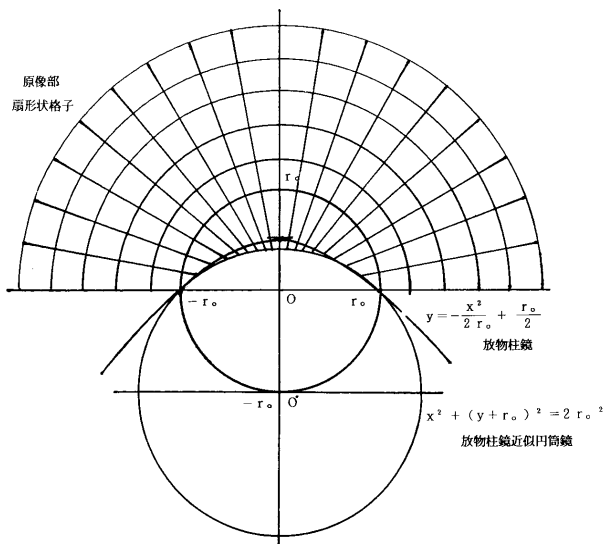


Fig. 27 放物柱鏡近似円筒鏡II

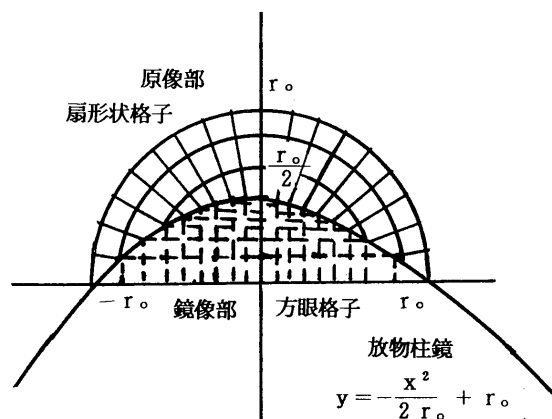


Fig. 28 放物柱鏡による扇形状格子 (原像部) と鏡像 ( $y \geq 0$ ; 破線の部分)

(FLAMMARION, Paris, 1984)

日本語訳：高山 宏 “アナモルフォーズ  
——光学魔術——” 1992年 国書刊行会

【図版出典】

2) ~12)：【注】1)と同じ。

【参考】

1. 《歪絵》：原語のカタカナ表示について  
英語：Anamorphosis  
仏語：Anamorphose  
独語：Anamorphose  
伊語：Anamorfosi

本論ではバルトルシャイティスの著作の引用から、仏語のアナモルフォーズを使う。

2. 本論の前に『金沢美術工芸大学紀要』第37号 (平成5年3月) “図学教育へのパーソナルコンピュータの利用について(2)” ——歪絵とパーソナルコンピュータ——で、円筒鏡アナモルフォーズについて、一中心法で考察している。

(5) R. J. マスターズのパスカルの蝸牛曲線の採用の苦勞は、近似させるしか方法のない円筒鏡で、完全性をねらって蝸牛曲線や楕円を工夫したのであろう。

(6) 扇形状格子の方眼格子変換は一中心法では歪絵の位置と円筒鏡がある程度離れば実用上問題なく、コンピュータ利用の場合、取扱いが簡単になる。

【注】

- 1) JURGIS BALTRUSAITIS: ANAMORPHOSES ou Thaumaturgus opticus