

急須の垂れ落ちについての考察(2)

井村俊一 中谷豊治
黒田晴康 酒井和平

1. まえがき

前報⁽¹⁾における急須の垂れ落ち現象(裏漏れ)の結論の一つとして、裏漏れ防止のための注ぎ口の形態のデザインファクターとして、指標Sという面積を設定して、その大きさによって、裏漏れ現象を予測することができることを実験的に詳細に報告したが、この面積Sの設定が、理論的に妥当であることを、液体の接触角との関連で考察したので、ここに報告する。なお、考察条件としては前報と同じく陶磁器製の注器(主として急須)に水を注いだ状態を考えた。

2. 理論的考察

本研究の主題である液体の裏漏れについて、その原因を追求すると、急須を傾斜させることにより、液体を流出させ、そして適当な所で流出を停止し、急須の傾斜を元に戻したり、または一定の傾斜を保持し続けることにより急須の液体が物理的条件で流出しなくなる瞬間に注ぎ口の先端での液体の跡切れの状態にあることは明瞭である。前報ではその状態を連続した写真で提示したが、本報ではその理論的解析のため急須の注ぎ口先端の裏側の部分に付着した液滴の状態に注目し、注ぎ口先端の裏側の部分は一般に曲率をもって作られているが解析を容易にするためにそのモデルとして、平面の下側に付着した液滴の形態を理論解析する。

このことは通常裏漏れ状態の液滴の大きさと注ぎ口裏側の部分の面積を考慮して、実験で観察すると、このような簡略化の妥当性が確認され、また表面張力理論の曲面上の液滴の表面張力は直接測定はできないが、通常の見視的な曲率では平面上の液滴の場合と同じと考えてもよい見聞もこのモデルの妥当性を補足する。

液滴の表面張力による形を決定する基礎方程式はラプラスの方程式でそれは

$$P_1 - P_2 = T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \dots\dots(1)$$

ここで、 P_1 ；液滴内の圧力、 P_2 ；液滴の外側の圧力、 R_1 、 R_2 ；液滴の表面の主曲率半径、 T ；表面張力である。

本研究の場合のラプラスの方程式を構成するために、まず最初に図1のような平面上に付着した液滴の形のラプラスの方程式を円筒座標を使って表示すると、

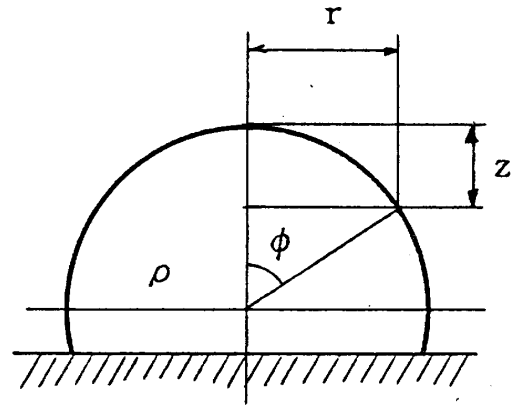


図1 平面上に付着した液滴の形

$$T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\sin \phi}{r} \right) = \rho g z + \Delta p \dots\dots(2)$$

となる。ここで

R_1 ；主曲率半径、 g ；重力加速度、 ρ ；液体の密度、 Δp ；頂点における液滴の内と外との圧力差である。またこの場合液滴に作用する重力は表面張力に比較して小さくその影響は無視しても良い。

本研究の裏漏れの場合は図2に示されるよう

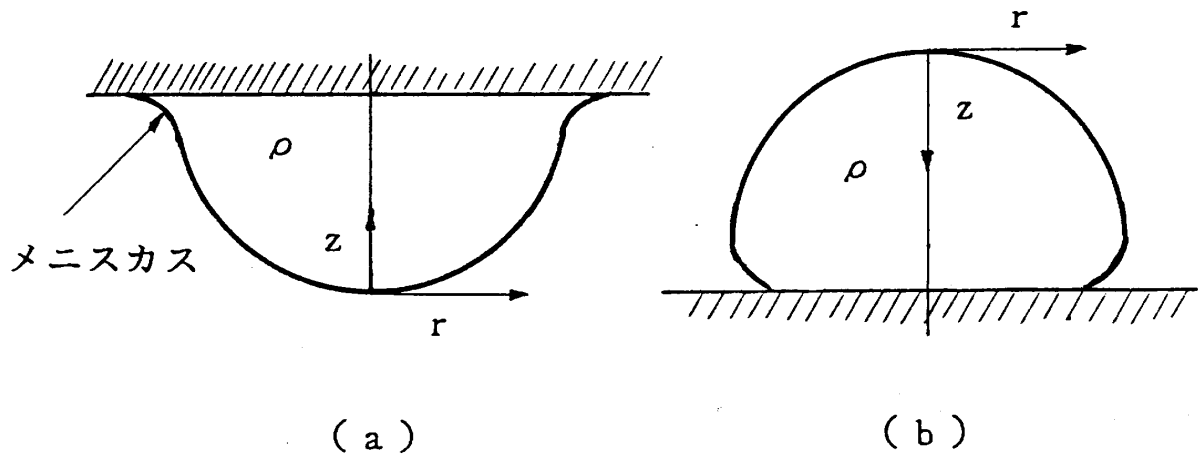


図2 平面の上側下側に付着した液滴の形

に平面の下側に付着した液滴の形であるので、(2)式を参考にして、ラプラスの方程式を構成すると、

$$\frac{dz}{dr} = \tan \phi \dots (3)$$

と、三角関数の公式より、

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1 \dots (4)$$

変形して

$$1 + \frac{1}{\tan^2 \phi} = \frac{1}{\sin^2 \phi} \dots (4)'$$

(3)式を(4)'に代入すると、

$$1 + \frac{1}{\left(\frac{dz}{dr}\right)^2} = \frac{1}{\sin^2 \phi} \quad \text{この式は変形して}$$

$$1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \phi} \dots (5) \quad \text{となる。}$$

(5)式より $\sin \phi = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}} \dots (6)$ でこの

場合負号が該当する。(2)式の左辺は(6)式により、

$$\frac{\sin \phi}{r} = \frac{1}{r} \frac{-1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}} \dots (7)$$

曲率の微分幾何学より

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2r}{dz^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} \dots (8)$$

液滴の形は回転対称で、頂点の二つの主曲率

は等しく、(1)式より $R_1 = R_2 = -R$ で

$$\Delta P = \frac{-2T}{R} \dots (9) \quad \text{となる。}$$

以上によりラプラスの方程式は

$$T \left[\frac{-1}{r \left\{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} + \frac{\frac{d^2r}{dz^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} \right] = \pm \rho g z - \frac{2T}{R} \dots (10)$$

となる。式(10)の右辺の符号で、正の符号は図2の(a)の形状で、負号は(b)を示す。このこと

表 1

資料	測定面の処理条件	接 触 角	備 考
硝子板	洗剤(商品名ユーゲル)で脱脂 水洗後、温風乾燥	18° ~ 26°	
九谷焼磁器地	同 上	16° ~ 30°	
万古焼茶器	同 上	50° ~ 60°	表面粗面
アルミ製ヤカ ン注ぎ口	同 上	107° ~ 110°	三協アル ミ提供品
同 上	白練(日本産科工業 No.10) バフ研磨	104° ~ 107°	同 上
同 上	メタ珪酸ソーダ10%水溶液に よる処理、液温70° ~ 80° 約3分、水洗後温風による乾燥	24° ~ 30°	同 上
石膏表面にセ ラックニス を塗布した面	洗剤(商品名ユーゲル)で 洗剤、水洗後、冷風乾燥	25° ~ 36°	表面わず か粗面
フッ素樹脂塗 料塗布面		96° ~ 98°	

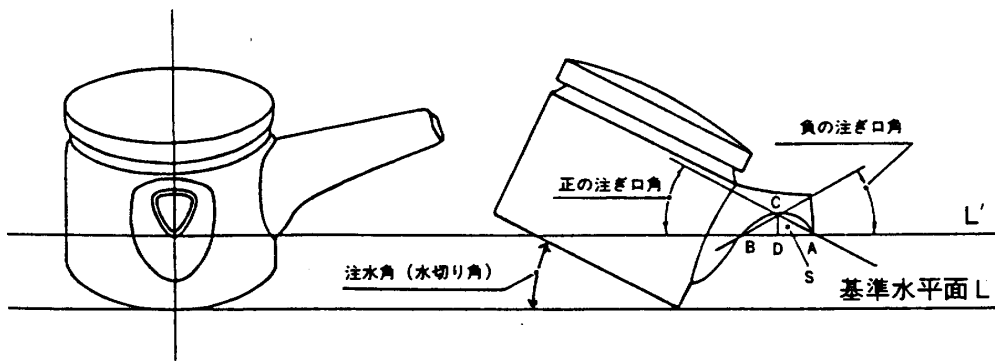


図3 急須投影面における名称

はKinzo Hida⁽²⁾等の報告にも見られる。

ここで図2の(a)の状態は液滴と固体と空気の間での液体の接触角が 90° より小さい場合を大略的に示し、接触角が 90° より大きい場合は(b)に示される。この二つの場合を本研究にあてはめると表1に示される接触角の項目で(a)の場合と(b)の場合に分類される。図2の(a)

の場合でも(b)の場合でも特に裏漏れとの関連で重要な所は液滴と平面との接触部位の形状である。

3. 指標Sの理論的考察

本研究の主たる目的は通常使用される陶磁器製急須の裏漏れ防止のためのデザインファク

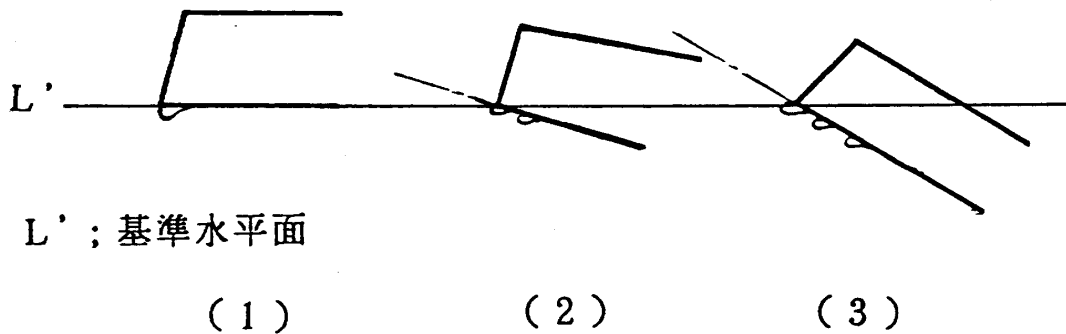
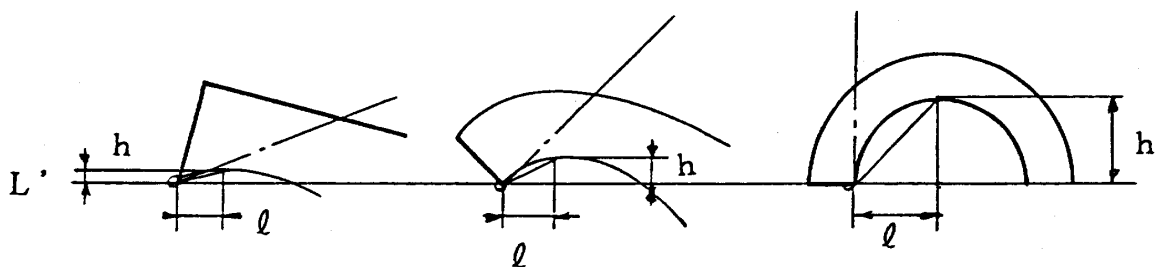


図4 注ぎ口角 ≤ 0 の液滴の形



L' ; 基準水平面

$$S = \ell h / 2$$

(1)

(2)

(3)

図5 注ぎ口角 > 0 の液滴の形

ターを明確にすることであり、急須に満たされる液体は水道水であり、接触角は 90° 以下となり図2の(a)の場合である。前報では注ぎ口先端の裏漏れ防止の幾何学的形態のデザインファクターとして面積 S の指標を提案した。そこで、実験での急須の水切後の注ぎ口の先端部と液滴の状態を考察すると図3に示される注ぎ口角との関連でモデルとして、図4、図5が考えられる。

図2の(a)の場合のように、付着平面との接触部位でメニスカスの曲線が見られる。図4の注ぎ口角 ≤ 0 のモデルに該当する注ぎ口の場合、水切後、先端部でメニスカス部分が注ぎ口の先端の裏側に張り出す。この部分が図4の(1)→(2)→(3)のように負の注ぎ口角が大きくなるにつれて水滴にかかる重力の作用も加って裏漏れ現象を生じさせる。このとき裏側に水みちがついていたり、注ぎ口先端部の肉厚が大きければ(陶磁器製の場合、製造上、強度上ある程度以上の肉厚をとらざるをえない。)裏漏れ水滴の質量が大きくなり当然裏漏れ現象は加速される。

図5の注ぎ口角 > 0 のモデルの場合は水切後の先端部の水滴はメニスカスの張り出しがあっても、裏漏れすることは重力の作用に逆らうことになるので、そのままの状態水滴はとどまり肉厚の関係で水滴の質量が大きい場合はそのまま滴下する。また図5で注ぎ口部が正の注ぎ口角で長ければ、裏漏れする為には重力に逆らい続けなければならないので、裏漏れ防止には好条件となる。図5の(3)、(2)、(1)の順で裏漏れしにくくなることは以上の考察で、明らかである。ここで指標 S について考察すると、図3の CD 、 AD は注ぎ口先 A 点を通る基準水平面 L に平行な面 L' が投影面と交わる点を B とし、 L' と注ぎ口投影部とにできる最大すき間を CD としたもので、 S は三角形 ACD の面積を表わす。図5では図3の $CD = h$ 、 $AD = l$ で、 $S = \frac{1}{2}hl$ である。

裏漏れ現象防止の要因である、注ぎ口角の大きさは h によって代表され、裏漏れの進行を防ぐ注ぎ口の長さは l によって代表される。この二つのファクターを統合するには面積 S を指標

とすることはきわめて妥当なことである。つまり裏漏れ防止には l と h を各々大きくすればよいが、実際の注器をデザインする上では両者は当然制限される。そこで S の値を考慮しながらデザインすれば裏漏れ防止に対して適切な形態を造形することができるわけである。このことを考慮して試作した急須については前報で報告済である。

4. 液滴の接触角が 90° 以上の場合の考察

図2の(b)に見られる液滴の形をとるときは液体が固体をぬらさない状態を示していて、この時は水切れも良好で、注ぎ口角の正負や注ぎ口の形を問わず、裏漏れ現象は生じないか、非常に生じにくい。前報の報告では、注ぎ口に対してフッ素樹脂の塗布や、シリコーンゴムキャップのはめ込みや、アルミ製のヤカンなどの例の場合に相当する。

5. 結 論

理論解析をおこなうことにより、指標 S が注器の裏漏れ現象を防止するための重要なデザインファクターであることが明らかになった。

(付記)

今回の報告では注ぎ口形態の水切後の液滴の形から考察したが、注ぎ口の形に影響を与える他の重要な因子として、寿美田⁽³⁾の報告にも見られるように、注ぎ口からの流出速度や、水切動作が挙げられる。流出速度に関しては注ぎ口先端の形状をベルヌイの定理が示すように流管を細く絞り込むような形にするべきであり、このことは注ぎ口の肉厚とも関係して水切後の裏漏れ液体の質量の大きさにも関係する。この条件を満たすためには材質を金属にすれば容易であるが、陶磁器製の場合は困難である。また接触角を 90° 以上にする工夫は、自然界に見られるサトイモの葉の上の露に代表されるように表面のロウ状の物と表面の粗さで接触角が 90° 以上になる。このことは実験でのフッ素樹脂塗布に相当する。また羽毛や毛織物のぬれにくさは表面にぬれにくい空気を含む二相構造の表面が

主とした原因であり、表面工学の知見である表面粗さとぬれの関係で、固体表面が粗い時は、滑らかな場合に比べてぬれ易い表面はますますぬれ易くなり、ぬれにくい表面はますますぬれにくくなる現象などを応用して、たとえば注ぎ口の先端部に多数の細孔を付与したり表面粗さを適当に付与したりする工夫も考案されるが、このような工夫について今後更に研究を進めていくつもりです。

(注)

(1) 中谷、黒田、酒井、井村：金沢美術工芸大学学報30号 P57

(2) Kinzo Hida and Tetsuo Nakanishi ; Journal of the Physical Society of Japan, vol. 28, No5, (May 1970) P 1336

(3) 寿美田：工芸ニュース18(5) P 158 (1950)

ibid.：工芸ニュース18(6) P 197 (1950)

(参考文献)

小野周著；表面張力（共立出版）