

繊維と円筒形ガイドとの摩擦に関する考察(7)

— 糸の進行方向に直角に振動する糸ガイドによる

糸の摩擦の軽減 —

井村 俊一

Friction of yarn round a cylindrical textile guide (7th) — Reduction of Friction by a textile guide vibrating vertically in a horizontal plane to yarn advancing. —

Toshikazu Imura

Abstract

In the earlier papers, frictional phenomena between a running yarn and a cylindrical textile guide vibrating round its center were discussed. On the other hand, in this paper, it is described that reduction of friction by a textile guide vibrating vertically in a horizontal plane to yarn advancing. It is obtained from analytical consideration that the apparent frictional coefficient, namely, μ' is

$$\frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{a\theta} - 1) \frac{A}{\sqrt{A^2 + 1}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \omega t}{A^2 + 1}}} + 1 \right\}$$

,where, a : amplitude of vibration, ω : angular frequency, V : yarn speed,

$$\theta: \text{wrapped angle round a guide, } \lambda: \frac{a\omega}{V}, \quad A: \frac{1}{\lambda} K\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \omega t}{A^2 + 1}}},$$

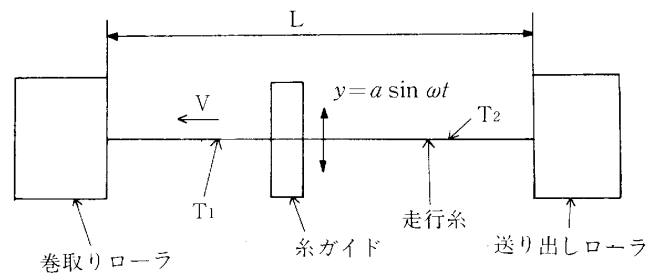
K : the complete elliptic integral of the first kind.

As a result of this paper, it is proved that the vertical vibration in a horizontal plane to yarn advancing is effective in order to reduce friction apparently.

1. 緒言

走行する糸に対して、回転振動を付与した繊維ガイドのもたらす摩擦軽減現象は実験的にも、理論的にも、本学学報第⁽¹⁾22号、第⁽²⁾23号、第⁽³⁾24号、第⁽⁴⁾26号にわたって、考察してきたが、本稿では糸の進行方向に対して、直角に繊維ガイドを強制振動させた時に、予想される糸の摩擦現象を理論的に解析したので、その結果を報告する。

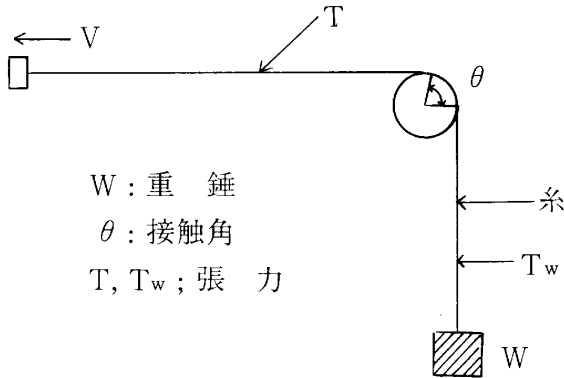
2. 理論考察



B : 糸の断面積, ρ : 糸密度, V : 糸速
 T_1 : 巻き取り側張力, T_2 : 送り出し側張力

Fig.1 糸ガイドと走行糸

Fig.1に示されるように糸ガイドを糸の走行方向に対して、 $y = a \sin \omega t$ で、強制的に振動させる。理論考察の対象としてはFig.2を設定する。糸ガイドは紙面に垂直方向に強制振動させられる。



W : 重 錘
 θ : 接触角
 T, T_w ; 張 力

Fig.2 理論考察系

Fig.2で、糸と繊維ガイドの間の摩擦力は、アモントン＝クーロンの法則に従うと仮定すると、糸の張力は

$$T = T_w e^{\mu\theta} \quad (1)$$

μ : 糸とガイドの摩擦係数

となる。

糸の摩擦方向はガイドの振動によって連続的に変化するが、本論では糸の走行速度(V)に対して、糸ガイドの振動が、非常に大きいと、糸は糸ガイドの振動に追従せず、糸の走行方向に平均的な摩擦力がかかると仮定しても、良い現象が観察される。そこで、Fig.3を参照して解析を進めると、

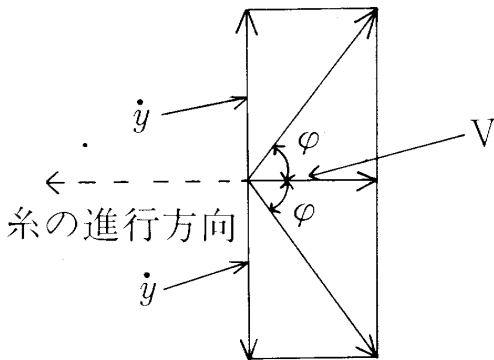


Fig.3 糸の摩擦方向

$$y = a \sin \omega t$$

: ガイドの変位

$$\dot{y} = a\omega \cos \omega t$$

\dot{y} ; ガイドの速度

V ; 糸速

$$\cos \varphi = \frac{V}{\sqrt{(\dot{y})^2 + V^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{y}}{V}\right)^2}} \quad (2)$$

糸の摩擦方向はFig.3の角度 φ の方向に連続的に変化し、摩擦力はFig.4に示す方向を変化する。

ここで、仮定により、摩擦力は摩擦方向に追従せず、糸の進行方向に対して、反対方向に、平均⁽⁵⁾的な摩擦力が作用するとして、

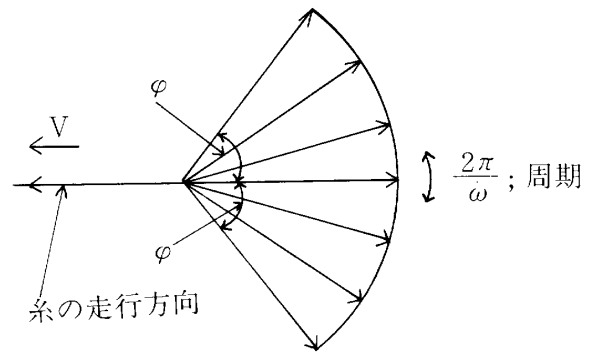


Fig.4 摩擦力の方向変化

$$\bar{F} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F \cos \varphi d(\omega t) \quad (3)$$

\bar{F} ; 平均的な摩擦力
 摩擦力(F)は(1)式より、

$$F = T_w(e^{\mu\theta} - 1) \quad (4)$$

となる。

R を摩擦力(F)の糸の進行方向成分とすると、

$$R = F \cos \varphi \quad (5)$$

(3)式はまた、(4)、(2)式より、

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \cos \varphi d(\omega t) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \frac{d(\omega t)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{y}}{V}\right)^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。(6)式を変形すると、

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a\omega \cos \omega t}{V}\right)^2}} dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \times 4 \times \end{aligned}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 + \left(\frac{a\omega \cos \omega t}{V}\right)^2}}$$

$$= \frac{2\omega}{\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 + \left(\frac{a\omega \cos \omega t}{V}\right)^2}} \text{ となる。}$$

ここで、

$$\left(\frac{a\omega}{V}\right)^2 = \lambda^2 \text{ とおくと、}$$

$$\bar{F} = \frac{2\omega}{\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 + \lambda^2 \cos^2 \omega t}} \text{ また、}$$

$$\lambda^2 = \frac{1}{A^2} \text{ と置き換えると、}$$

$$\bar{F} = \frac{2\omega}{\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{A^2}\right) \cos^2 \omega t}} \text{ となる。}$$

ここで、直角振動を作用させた時の糸ガイドと糸のみかけの摩擦係数を μ' とすると、

$$T_w(e^{\mu'\theta} - 1) = \frac{2\omega}{\pi} T_w(e^{\mu\theta} - 1) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 + \frac{\cos^2 \omega t}{A^2}}} \text{ より、}$$

$$e^{\mu'\theta} = \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\sqrt{\frac{\cos^2 \omega t}{A^2} + 1}} + 1$$

$$\mu' = \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\sqrt{1 + \frac{\cos^2 \omega t}{A^2}}} + 1 \right\}$$

ここで、

$$1 + \frac{\cos^2 \omega t}{A^2} = \frac{A^2 + \cos^2 \omega t}{A^2} = \frac{A^2 + 1 - \sin^2 \omega t}{A^2}$$

$$A^2 + 1 - \sin^2 \omega t = (A^2 + 1) \left(1 - \frac{\sin^2 \omega t}{1 + A^2}\right)$$

$$\mu' = \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\frac{1}{A} \sqrt{(A^2 + 1) \left(1 - \frac{\sin^2 \omega t}{1 + A^2}\right)}} + 1 \right\}$$

$$\mu' = \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \times A \times \left(\frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}}\right) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \omega t}{1 + A^2}}} + 1 \right\}$$

となる。

ここで、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\omega t)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \omega t}{1 + A^2}}} = K\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}}\right)$ は、

第1種完全楕円積分をあらわす。

結局、

$$\mu' = \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \frac{A}{\sqrt{A^2 + 1}} \cdot K\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}}\right) + 1 \right\} \text{ (7)}$$

となる。

(7)式において、強制振動の $(a\omega)$ が糸速 V に対して非常に大きい時、即ち、

$$\frac{V}{a\omega} = A \ll 1, \text{ で } \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \doteq 1 \text{ であるから、}$$

$$\mu' \doteq \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \cdot A \cdot K\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}}\right) + 1 \right\} \text{ となる。}$$

つまり、 $A \rightarrow 0$ に対して、 $\mu' \rightarrow 0$ となる。

また、 $A \gg 1$ のときは

$$K\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}}\right) \rightarrow K\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = \frac{\pi}{2} \text{ と}$$

なるから、

$$\mu \doteq \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \frac{\pi}{2} + 1 \right\}$$

$$\mu' \doteq \frac{1}{\theta} \ln \{ (e^{\mu\theta} - 1) + 1 \} = \mu \text{ となる。}$$

3. 結 言

理論解析の結果、糸の進行方向に直角な方向に糸ガイドを振動させた時の効果は、強制振動の $(a\omega)$ が、糸速 (V) に対して、大きく、糸にかかる摩擦力が糸の進行方向に対して、反対側に、平均的な摩擦力が作用すると考えると、そのみかけの摩擦係数と真の摩擦係数の間の関係は、

$$\mu' = \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \frac{2}{\pi} (e^{\mu\theta} - 1) \cdot A \cdot \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \times \right. \\ \left. K \left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}} \right) + 1 \right\} \text{ で表示され、}$$

$$A = \frac{V}{a\omega} \ll 1 \text{ のとき、}$$

$A \rightarrow 0$ に対して、みかけの摩擦係数 $\mu' \rightarrow 0$ となり、垂直方向振動の有効性が期待される。

また、 $A \gg 1$ のとき $\mu' \doteq \mu$ となり、2つの摩擦係数はほぼ同じとなる。

$\frac{V}{a\omega} \ll 1$ のときの μ' の減少のし方は $K \left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{1}{A^2 + 1}} \right)$ なる第1種完全楕円積分の値の変化に、大きく依存する。

(付録)

直角振動加振の場合の注意事項
本稿のような形式での直角振動の付与の場

合、摩擦力が、摩擦方向に追従せず、糸の進行方向に平均的な摩擦力が、作用すると仮定しているが、その仮定は $A \ll 1$ のとき有効と考えられるが、Fig.1のような形式のときは、 A の値によって、摩擦力の摩擦方向に追従することがおこり、糸の横振動を誘発する可能性がある。そのため、強制振動、 $y = a \sin \omega t$ の ω を選択するとき、

$$\omega_{ns}^{(6)} = \frac{S\pi}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho B}}$$

ρ : 糸の密度, T ; 糸張力, B ; 糸の断面積 S ; 自然数 $(1, 2, \dots)$ L ; 糸の長さ.

で表示される糸の横振動における、固有振動数を避けて、加振しなければならない。

(注)

- (1) 井村; 金沢美術工芸大学学報
第22号 P91 (1978)
- (2) 井村; 金沢美術工芸大学学報
第23号 P33 (1979)
- (3) 井村; 金沢美術工芸大学学報
第24号 P109 (1980)
- (4) 井村; 金沢美術工芸大学学報
第26号 P19 (1982)
- (5) 横山, 岡部, 石川;
“振動の影響による、動摩擦の
変動 (第1報)”
日本機械学会講演論文集
No.190 (1968年-4月), P5
- (6) たとえば, 田島;
振動の工学 (産業図書), P255
〔昭和58年12月20日受理〕