

繊維と円筒形ガイドとの摩擦に関する考察 (3)

— 基礎的事項について —

井村 俊一

Friction of yarn round a cylindrical textile guide (3rd)

— On the fundamental matters —

Toshikazu Imura

Abstract

The purpose of this paper is to make clear analytically the fundamental matters in the earlier papers which were published in NO. 21 and NO. 22 of Bulletin of Kanazawa College of Arts.

The following are conclusions obtained from the analytical investigations in this paper.

- (1) The experiments in the earlier papers can be analyzed as a system with one degree of freedom which consists of a mass and a spring.
- (2) It is proper to use the visco-elastic method, or the free vibrating method, which is named particularly in this paper, for the method of determining the spring constant of the yarn.
- (3) It is not necessary to consider visco-elastic character of the yarn and static electricity which might be generated to the yarn in the analysis of the earlier papers.

1. 緒言

本学学報第21号⁽¹⁾、第22号⁽²⁾と過去2回にわたって、繊維と、円筒形ガイドとの摩擦について、考察し報告してきたが、そのとき理論解析の際などにいろいろな仮定を設定し解析し、その結果が、実験結果と、合致することを、明らかにしてきたが、本報では、あらためて基礎的事項から吟味検討し、過去の考察の理論解析の仮定や、実験方法の妥当性を報告するのが目的である。

2. 繊維とガイドの摩擦についての実験と実際の製織準備工程における場合との関連性について

学報第21号、第22号の実験では、定張力を付

加するために、Fig. 3のように重錘を使用しているが、実際の製織準備工程では、Fig. 1のように、磁石式やバネ式や摩擦式などの方式で、張力を付加し、張力コントロールをおこなっているが、このような場合、どのようなモデルが対応するか、また、実験方式とどのように関連しているかを考察する。

2.1 実際の工程モデルの解析

Fig. 1のような実際の製織準備工程に対して、Fig. 2のように単純化した等価モデルを考え、糸ガイドの部分に作用する摩擦による外乱を解析の便宜上、周期的外力 $F = P \sin(\omega t)$ を考えて、糸速度 V で移動する媒質に固定した、移動座標 x を用いて、解析する。なお、本解析に使用する文字を次のように定める。

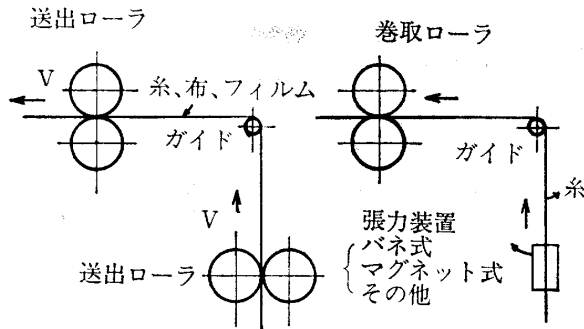


Fig. 1 実際の工程例

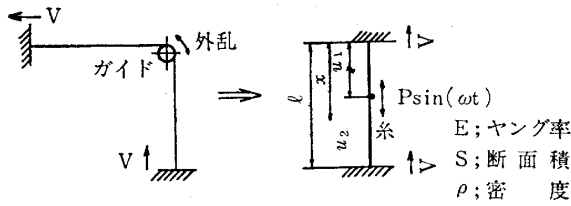


Fig. 2 実際の工程モデル

V; 糸速 ω ; 強制振動の角振動数

P; 振幅 u; 変位

c; x に対する波動伝播速度 $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

E; 糸の弾性率 ρ ; 糸の密度

S; 糸の断面積 ℓ ; 糸長

u_1 ; $0 \leq x \leq \xi$ の部分の変位

u_2 ; $\xi \leq x \leq \ell$ の部分の変位

A, B; 未知定数

Fig. 2 の糸を支配する基本の微分方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{である。} \quad (1)$$

次に、 $x = \xi$ の位置で強制振動 $P \sin(\omega t)$ が作用しているので、定常振動を見ると、定常振動では u も ω なる角振動数をもつから、 u は時間 t について、 $\sin(\omega t)$ の形をとり、 U を x のみの関数として、

$$u = U \sin(\omega t) \quad \text{とおくと(1)式より}$$

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} U = 0 \quad \text{となる。} \quad (2)$$

この方程式の一般解としては

$$U = A \sin\left(\frac{\omega}{c} x\right) + B \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) \quad \text{が成立する。}$$

Fig. 2 のモデルにより $x = \xi$ の位置で、変位を u_1, u_2 とすると、境界条件は、

$$\left. u_1 \right|_{x=\xi} = 0, \quad \left. u_1 \right|_{x=\xi} = \left. u_2 \right|_{x=\xi}, \quad \left. u_2 \right|_{x=\ell} = 0,$$

$$ES \left[\frac{\partial(u_1 - u_2)}{\partial x} \right]_{x=\xi} = P \sin(\omega t) \quad (3)$$

である。そして u_1, u_2 は

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \left\{ A_1 \sin\left(\frac{\omega}{c} x\right) + B_1 \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) \right\} \sin(\omega t) \quad (0 \leq x \leq \xi) \\ u_2 &= \left\{ A_2 \sin\left(\frac{\omega}{c} x\right) + B_2 \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) \right\} \sin(\omega t) \quad (\xi \leq x \leq \ell) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 A_1, A_2, B_1, B_2 ; 未知定数である。境界条件(3)を使って、未知定数を定めると、

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{P}{ES} \left(\frac{c}{\omega}\right) \left\{ \cos\left(\frac{\omega}{c} \xi\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} \ell\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{c} \ell\right)} \sin\left(\frac{\omega}{c} \xi\right) \right\} \\ &\quad \sin\left(\frac{\omega}{c} x\right) \cdot \sin(\omega t) \\ u_2 &= \frac{P}{ES} \left(\frac{c}{\omega}\right) \left\{ \sin\left(\frac{\omega}{c} \xi\right) \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} \ell\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{c} \ell\right)} \sin\left(\frac{\omega}{c} \xi\right) \right. \\ &\quad \left. \sin\left(\frac{\omega}{c} x\right) \right\} \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

が求まる。

2.2 実験モデルの解析

学報第21号、第22号の実験モデルを、糸の性質を考慮した、無限自由度理論と、糸の質量が重錘の質量に比して、無視できる程小さいことを考慮した、1自由度系の理論とで、解析する。

Fig. 3 のような実験系を、Fig. 4 のようなモデルに簡単化して、Fig. 4 の糸が糸ガイドを除いて全体として、糸速 V で移動するものと考えたと、糸速度 V は考慮しなくてもよくなる。座標系を Fig. 4 のようにして、糸ガイド部分に、簡単のため、周期的外力 $F = P \sin(\omega t)$ が作用する場合、2.1 での解析の場合と同様に、定常

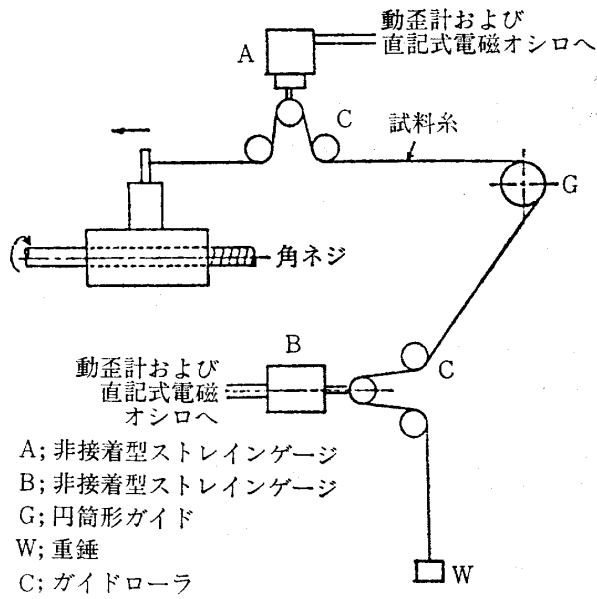


Fig. 3 実験装置

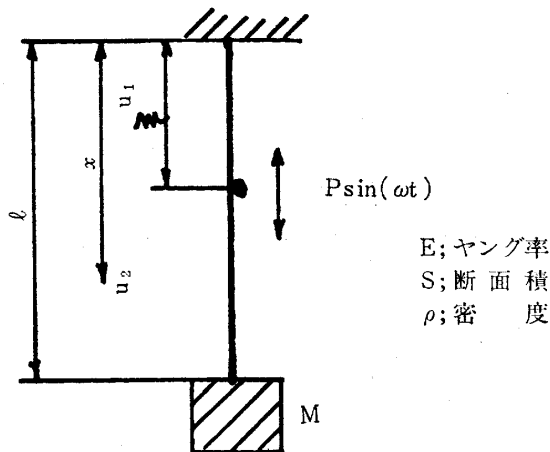


Fig. 4 無限自由度理論モデル

振動状態を考えて、解析すると、

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \left\{ A_3 \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) + B_3 \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right) \right\} \sin(\omega t) \\ u_2 &= \left\{ A_4 \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) + B_4 \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right) \right\} \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} (6)$$

が假定できる。但し、 A_3, A_4, B_3, B_4 ; 未知定数

境界条件、

$$\begin{aligned} u_1|_{x=0} &= 0, & u_1|_{x=\xi} &= u_2|_{x=\xi}, \\ ES \left[\frac{\partial(u_1 - u_2)}{\partial x} \right]_{x=\xi} &= P \sin(\omega t), \end{aligned}$$

$$-M \left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \right]_{x=\ell} = ES \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} \right]_{x=\ell} \quad (7)$$

但し、 M ; 重錘 W の質量

(7)の境界条件を使って未知定数を定めると、

$$u_1 = \frac{P}{ES} \left(\frac{c}{\omega} \right)$$

$$\left\{ \frac{\sin\left\{ \frac{\omega}{c}(\ell - \xi) \right\} - M \cos\left\{ \frac{\omega}{c}(\ell - \xi) \right\}}{\sin\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) - M \cos\left(\frac{\omega}{c}\ell\right)} \right\}$$

$$\sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) \sin(\omega t)$$

$$u_2 = \frac{P}{ES} \left(\frac{c}{\omega} \right)$$

$$\left\{ \frac{-\sin\left(\frac{\omega}{c}\xi\right) \left\{ \cos\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) + M \sin\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) \right\}}{\sin\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) - M \cos\left(\frac{\omega}{c}\ell\right)} \right\}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\omega}{c}x\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) - M \cos\left(\frac{\omega}{c}\ell\right)} + \sin\left(\frac{\omega}{c}\xi\right) \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right)$$

$$\sin(\omega t) \quad (8)$$

ここで、たとえば試料として、ナイロン40Dの場合、 $E = 5.5 \times 10^{10}$ (dyne/cm²), $\rho = 1.15$ (gr/cm³)

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 2.186 \times 10^5 \text{ (cm/sec) だか}$$

ら、 ω が高周波でない限り $\frac{\omega}{c} \ll 1$, また、

$\frac{\omega}{c}(\ell - \xi) \ll 1, \frac{\omega}{c}\ell \ll 1$ が成立し

このことより、

$$\left. \begin{aligned} \sin\left\{ \frac{\omega}{c}(\ell - \xi) \right\} &\doteq \frac{\omega}{c}(\ell - \xi), \\ \cos\left\{ \frac{\omega}{c}(\ell - \xi) \right\} &\doteq 1 \end{aligned} \right\} (9)$$

$$\sin\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) \doteq \frac{\omega}{c}\ell \quad \cos\left(\frac{\omega}{c}\ell\right) \doteq 1$$

$$\text{かつ、} k_1 = \frac{SE}{\xi}, \quad k_2 = \frac{SE}{\ell - \xi},$$

$$\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{SE}{\ell} \quad (10)$$

ここで、 k_1 ; 上部のバネ定数、 k_2 ; 下部のバ

ネ定数

(9), (10)を用いて, (8)式を書きなおすと,

$$\left. \begin{aligned} u_1]_{x=\xi} &= \frac{P \sin(\omega t)(M\omega^2 - k_2)}{M\omega^2(k_1 + k_2) - k_1 k_2} \\ u_2]_{x=\ell} &= \frac{-k_2 P \sin(\omega t)}{M\omega^2(k_1 + k_2) - k_1 k_2} \end{aligned} \right\} \text{が求まる。 (11)}$$

次に, Fig. 5 のような1自由度系として解析すると,

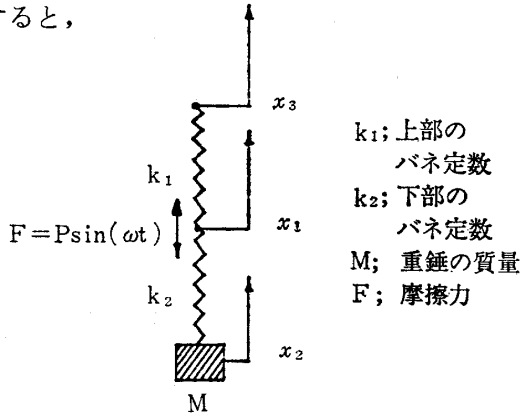


Fig. 5 実験装置の1自由度モデル

$$\left. \begin{aligned} k_1(x_3 - x_1) - k_2(x_1 - x_2) + P \sin(\omega t) &= 0 \\ M \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= k_2(x_1 - x_2) \\ x_3 &= Vt \end{aligned} \right\} \text{が成立し, (12)}$$

(12)の連立方程式を解くと,

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{P(M\omega^2 - k_2)}{M\omega^2(k_1 + k_2) - k_1 k_2} \times \sin(\omega t) + Vt \\ x_2 &= \frac{-P k_2 \sin(\omega t)}{M\omega^2(k_1 + k_2) - k_1 k_2} + Vt \end{aligned} \right\} \text{(13)}$$

が得られる。

2.3 考察

実際の製織準備工程をモデル化した解析結果(5)は実験モデルの結果(8)の質量 $M = 0$ とした場合と同一である。また, 結果(8)の単純化した結果(11)と1自由度系モデルによる結果(13)を比較すると, 結果(13)の x_1, x_2 の Vt の項は静止座標を使っているから出現し, それに対して, 結果(11)は速度 V の移動座標の考えを使っているから, (11)は Vt の項は出現しないので, 本来両者は等しいものである。故に本学学報第21号, 第22号の実験のように, 実際の製織準備工程のモ

デルとして, 張力付加のために重錘を使用しても, 本質的に差異はないものと考えてよく, 実際の実験モデルの解析としては, 糸の質量は重錘の質量に比して, 無視できるとして, 無限自由度系の解析をしなくても, 1自由度質量—バネ系として, 解析してもなんら不都合がないことがわかる。このことにより, 学報第21号, 第22号の理論解析方法は妥当であることが結論される。

3. 試料糸のバネ定数の決定について

Fig. 3 の実験をFig. 5 の実験モデルとして, 1自由度質量—バネ系として解析したので, 糸のバネ定数に対する考察が要求される。それで本節では, 糸のバネ定数決定方法として, 実験に採用したパルス式粘弾性測定器による方法と, 自由振動法の二つの方法について報告する。

3.1 パルス式粘弾性測定器による方法

パルス式粘弾性測定器の原理図をFig. 6 に示す。

Fig. 6 の原理により, 糸の動的弾性率 E_d は

$$E_d = \left(\frac{L}{T}\right)^2 \rho \quad (\text{dyn/cm}^2) \quad \text{となる。 (14)}$$

ここで, L ; 試料長(cm) T ; 伝播時間(sec) ρ ; 糸の密度 (gr/cm^3)

$$\text{また, } k = \frac{SE_d}{\ell} \quad \text{である。 (15)}$$

但し, k ; バネ定数 E_d ; 動的弾性率 S ; 糸の断面積 ℓ ; 糸長 である。

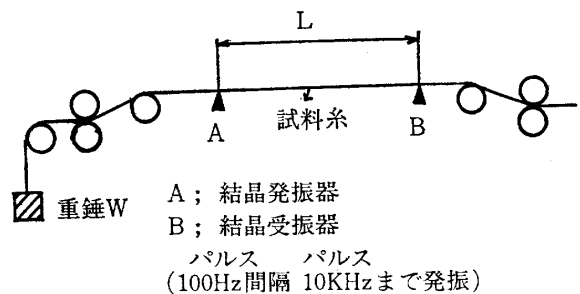


Fig. 6 パルス式粘弾性測定器原理図

Fig. 7 に実験から求められた結果を示す。

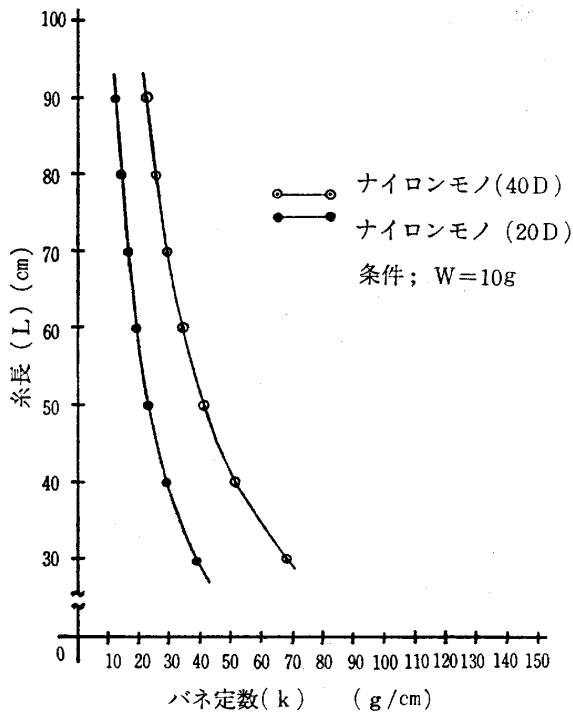


Fig. 7 動的弾性率より求めたナイロン糸のバネ定数

3.2 自由振動法による方法

自由振動法の原理図をFig. 8に示す。

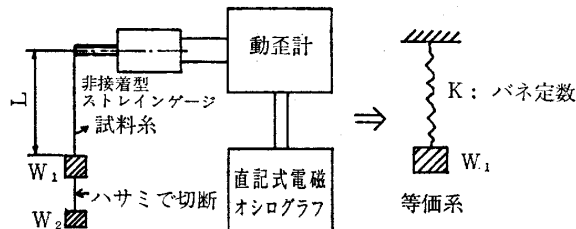


Fig. 8 自由振動法原理図

Fig. 8の装置を設置して、非接着型ストレインゲージに試料を固定して、重錘 $W_1=10\text{g}$ 、 $W_2=5\text{g}$ に設定して、電磁オシログラフを送りつつ、重錘 W_2 を、ハサミで、静かに切り離して、自由振動をおこさす。そして、その波形観測により、固有振動数を求める。

$$\text{式 } f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \text{ より、} k \text{ を求める。}$$

ここで、 M ；重錘の質量 f_n ；固有振動数 Fig. 9に結果を示す。

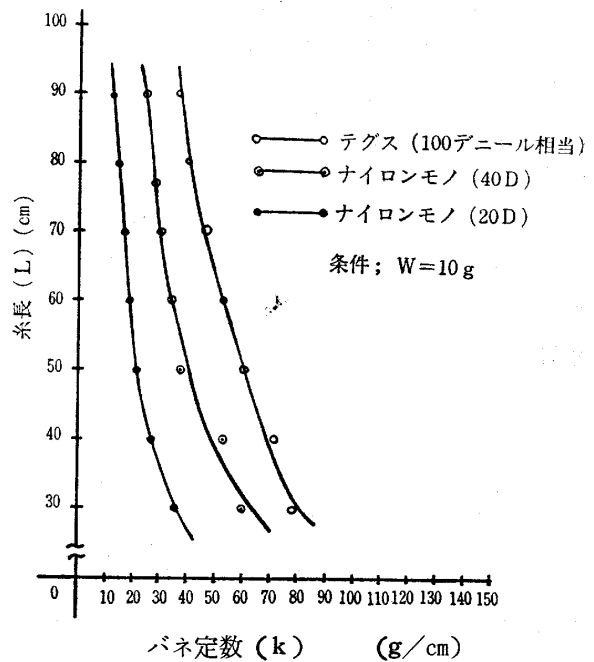


Fig. 9 自由振動法より求めたナイロン糸のバネ定数

Fig. 10 に実験波形を示す。

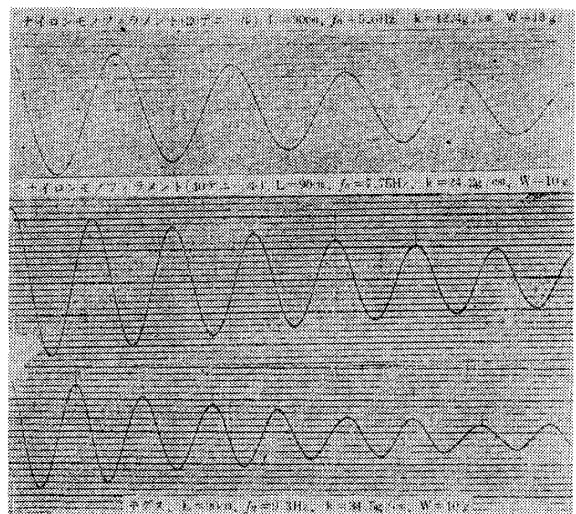


Fig. 10 自由振動波形

Fig. 10の実験波形を検討すると、Fig. 8の原理図による解析は1自由度質量—バネ系として解析しても妥当であることが結論される。

3.3 考察

Fig. 7とFig. 9を比較検討すると、ほぼ両者の間にあまり差異がなく、バネ定数決定法としてはどちらを採用しても良いことが結論される。

4. 試料糸の粘弾性の影響について

Fig. 3の実験に対して、Fig. 5のように、1自由度質量—バネ系として解析したのであるが、本来糸は金属製バネとちがって、粘弾性的性質が予想される。そこで、粘弾性的性質があれば、糸の一端に作用した力は糸の他端に伝播するときに、位相差が生ずるはずである。このことを確認するために、Fig. 11に示す実験で考察した。

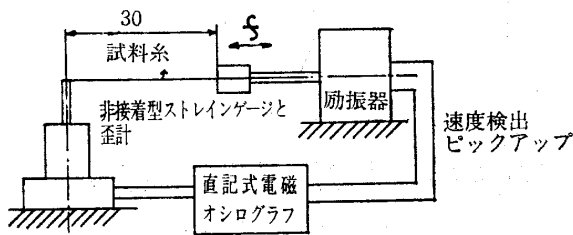


Fig. 11 粘弾性検討装置図

4.1 結果および考察

Fig. 12に実験結果を示す。

Fig. 12で加振器の波形は速度変位波形で、非接着型ストレインゲージの検出波形は張力波形で、本質的に $\frac{\pi}{2}$ の位相差が存在する。そこで両者の波形を比較すると、ちょうど $\frac{\pi}{2}$ だけの位相差だけが見られ、粘弾性による位相差は本実験の精度では検出されない。故にFig. 3の実験では1自由度質量—バネ系として、粘弾性項を考慮する必要はないものと結論される。

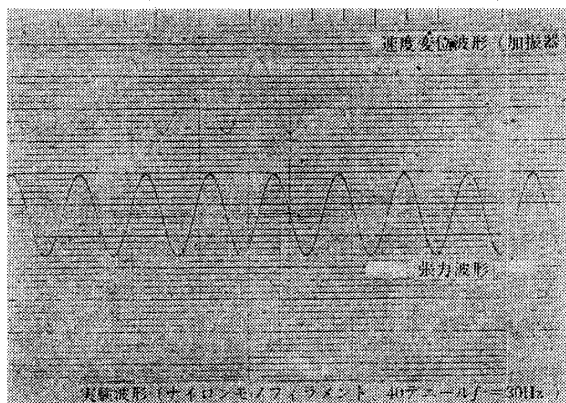


Fig. 12 実験波形 (ナイロンモノフィラメント・40デニール $f=30\text{Hz}$)

5. 摩擦による試料糸の静電気について

一般に高分子材料、その中でも特に合成繊維において、摩擦帯電はよく知られた現象である。それで本節では集電式電位測定器により、ピックアップとして、ラジウム集電器を使い、Fig. 3の実験で、糸ガイドの部分を検討した。

5.1 実験結果

糸ガイドに梨地クロムメッキガイドを使用し、試料糸として、ナイロンモノフィラメント40D、ナイロンモノフィラメント20D、テグス(04番)を採り、実験した結果、静電気は検出されず、これは糸ガイドとして使用した、50ミクロン厚さのクロム梨地メッキガイドは摩擦は小さく、静電気が発生しないか、あるいは発生しても梨地クロムメッキは電気の良い良導体でかつ、糸ガイド保持部も金属製のため、すみやかにアースされて、検出されないかの理由が推察される。故にFig. 3の実験では静電気について、考慮する必要がないことが結論される。

6. 結 言

- (1) Fig. 3の実験では理論解析として、1自由度質量—バネ系として解析してもよく、かつ実際の製織準備工程の糸にも、適用されることがわかった。
- (2) Fig. 3の実験では糸のバネ定数決定法として、パルス式粘弾性測定法や自由振動法を適用しても妥当であることが結論された。
- (3) Fig. 3の実験では試料糸の粘弾性的性質は考慮しなくてもよいことが明らかにされた。
- (4) Fig. 3の実験では合成繊維、特にナイロン糸と梨地クロムメッキガイドとの摩擦による静電気発生は考慮しなくてもよいことが明らかになった。

(註)

- (1) 井村；金沢美術工芸大学学報 第21号 P47 (1977)
- (2) 井村；金沢美術工芸大学学報 第22号 P91 (1978)